

数学牧場

2次方程式の解の配置



2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ の解について、2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (下に凸) を利用して考える。

実数解の個数

- 異なる2つの実数解をもつ (x 軸と異なる2点で交わる) $D > 0$
- 重解をもつ (x 軸と接する) $D = 0$
- 実数解をもつ $D \geq 0$
- 実数解をもたない (x 軸と共有点をもたない) $D < 0$

異なる2つの、 \square より大きい解

【異なる2つの、 \square より大きい解をもつ】
 ① $D > 0$ ② 軸 $> \square$ ③ $f(\square) > 0$

\square が 0 のとき、有名な次の公式ができる。
 【異なる2つの正の解をもつ】
 ① $D > 0$ ② 軸 > 0 ③ $f(0) > 0$

異なる2つの、 \square より小さい解

【異なる2つの、 \square より小さい解をもつ】
 ① $D > 0$ ② 軸 $< \square$ ③ $f(\square) > 0$

\square が 0 のとき、有名な次の公式ができる。
 【異なる2つの負の解をもつ】
 ① $D > 0$ ② 軸 < 0 ③ $f(0) > 0$

\square より大きい解と小さい解

【 \square より大きい解と小さい解をもつ】
 ① $f(\square) < 0$

\square が 0 のとき、有名な次の公式ができる。
 【正の解と負の解をもつ】
 ① $f(0) < 0$
 ※ D は不要。理由は考えてみよう。

その他のパターンいろいろ

(1) 【 Δ より小さい解と \square より大きい解をもつ】
 ① $f(\Delta) < 0$ ② $f(\square) < 0$
 ※ D は不要。理由は考えてみよう。

(2) 【 Δ と \square の間に、異なる2つの解をもつ】
 ① $f(\Delta) > 0$ ② $f(\square) > 0$
 ③ $\Delta < \text{軸} < \square$ ④ $D > 0$

問題1 2次方程式 $x^2 - 2mx - m + 6 = 0$ が次のような解をもつとき、定数 m の値の範囲を定めよ。

- (1) 異なる2つの正の解
- (2) 正の解と負の解
- (3) 異なる2つの、3より小さな解
- (4) -1 より大きな解と、小さな解
- (5) 異なる2つの、 -2 と5の間の解