

数学牧場

三角形を解く①

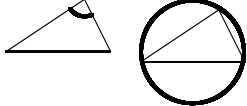
正弦定理と余弦定理

【正弦定理】 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

- … ① 1 辺と対角が分かっているとき
- … ② 外接円の半径を求めるとき

※変形して、 $\sin A = \frac{a}{2R}$, $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\sin C = \frac{c}{2R}$ のように用いることもある。

① 1 辺と対角 ② 外接円



【余弦定理】 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

- … ① 3 辺が分かっているとき
- … ② 2 辺と 1 つの角が分かっているとき

※変形して、 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ のように用いることもある。

① 3 辺 ② 2 辺と 1 つの角



問題 1 次の場合について、 $\triangle ABC$ の残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。

(1) $b = 3$, $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$

(2) $a = 4$, $b = 2 + 2\sqrt{3}$, $C = 60^\circ$

円に内接する四角形

円に内接する四角形の、向かい合う角の和は 180° である。

※関連公式

$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$



問題 2 円 O に内接する四角形 $ABCD$ があり、 $AB = 3$, $BC = CD = \sqrt{3}$, $\cos \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{6}$ である。このとき、次のものを求めよ。

(1) AC

(2) AD

(3) $\sin \angle ABC$

(4) 円 O の半径

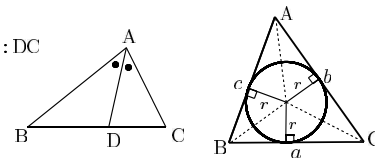
角の二等分線・面積公式と内接円公式

【角の二等分線】

角の二等分線があるとき、 $AB : AC = BD : DC$

【面積公式】 $S = \frac{1}{2}bc \sin A$

【内接円公式】 $S = \frac{1}{2}(a + b + c)r$



※角の二等分線の長さを求めるときは、三角形の面積を利用する。

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$

問題 3 $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 4$ のとき、外接円の半径 R と内接円の半径 r を求めよ。

問題 4 $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$, $AC = 4$, $A = 60^\circ$ とし、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次の線分の長さを求めよ。

(1) BC

(2) BD

(3) AD