



■ 1 x, y の分母をそれぞれ有理化すると, $x = -5 - 2\sqrt{6}$, $y = -5 + 2\sqrt{6}$

これより, $x + y = -10$, $x - y = -4\sqrt{6}$, $xy = 1$ である。

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = -10 \cdot (-4\sqrt{6}) = 40\sqrt{6}$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) = (-4\sqrt{6}) \cdot (x^2 + 1 + y^2) \cdots \textcircled{1}$$

ここで, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = (-10)^2 - 2 = 98$ なので,

$$\textcircled{1} \text{は, } (-4\sqrt{6}) \cdot 99 = -396\sqrt{6}$$

■ 2 x の分母を有理化すると, $x = 3 + \sqrt{7}$

$2 < \sqrt{7} < 3$ だから, $\sqrt{7}$ の整数部分は 2。

これより, x の整数部分は $3 + 2$ で 5 だとわかる。つまり, $a = 5$

x 全体から x の整数部分をひくと, x の小数部分が残る。

$$\text{つまり, } b = x - a \text{ なので, } b = (3 + \sqrt{7}) - 5 = \sqrt{7} - 2$$

$$\text{よって, } a^2 - 2b^2 = 25 - 2(\sqrt{7} - 2)^2 = 25 - 2(7 - 4\sqrt{7} + 4) = 3 + 8\sqrt{7}$$