



基本問題を確認しよう

数 I

2次関数の決定 (解答)

- ① 頂点が $(2, 3)$ であることから、求める2次関数は $y = a(x - 2)^2 + 3 \cdots \textcircled{1}$ とおける。
あとは a が分かればよい。点 $(1, 4)$ を通るので、 $\textcircled{1}$ に $x = 1, y = 4$ を代入して
$$4 = a(1 - 2)^2 + 3$$
$$4 = a + 3 \quad \text{よって、} a = 1$$
したがって、求める2次関数は $y = (x - 2)^2 + 3$ (展開して $y = x^2 - 4x + 7$ でも可)
- ② グラフの頂点が (p, q) である2次関数は $y = a(x - p)^2 + q$ と表される。
軸の方程式が $x = 1$ ですから、頂点の x 座標が 1 。つまり、頂点は $(1, q)$ とおけるので、
求める2次関数は $y = a(x - 1)^2 + q \cdots \textcircled{1}$ と表される。
点 $(0, 1)$ を通るので、 $\textcircled{1}$ に $x = 0, y = 1$ を代入して
$$1 = a(0 - 1)^2 + q \quad \text{整理して、} a + q = 1 \cdots \textcircled{2}$$
点 $(3, -2)$ を通るので、 $\textcircled{1}$ に $x = 3, y = -2$ を代入して
$$-2 = a(3 - 1)^2 + q \quad \text{整理して、} 4a + q = -2 \cdots \textcircled{3}$$
 $\textcircled{2}$ $\textcircled{3}$ を連立方程式として解くと、 $\textcircled{3} - \textcircled{2}$ より、 $3a = -3$
よって、 $a = -1$ 、 $\textcircled{2}$ より、 $q = 2$
したがって、求める2次関数は $y = -(x - 1)^2 + 2$ (展開して $y = -x^2 + 2x + 1$ でも可)
- ③ 求める2次関数を $y = 2(x - p)^2 + q$ とおいてもよいのですが、 x, y に数値を代入したとき「 p^2 」が出てきて計算が難しいので、今回は求める2次関数を $y = 2x^2 + bx + c$ とおいてみます。
点 $(0, 1)$ を通るので、 $x = 0, y = 1$ を代入して
$$1 = c \quad \text{つまり} \quad c = 1 \cdots \textcircled{1}$$
点 $(3, 7)$ を通るので、 $x = 3, y = 7$ を代入して
$$7 = 18 + 3b + c \quad \text{整理して、} 3b + c = -11 \cdots \textcircled{2}$$
 $\textcircled{1}$ を $\textcircled{2}$ に代入して、 $3b + 1 = -11$ よって $b = -4$
したがって、求める2次関数は $y = 2x^2 - 4x + 1$
- ④ 求める2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とおくと、
点 $(0, 6)$ を通るので、 $x = 0, y = 6$ を代入して
$$6 = c \quad \text{つまり} \quad c = 6 \cdots \textcircled{1}$$
点 $(2, 2)$ を通るので、 $x = 2, y = 2$ を代入して
$$2 = 4a + 2b + c \quad \textcircled{1} \text{より、整理して、} 4a + 2b = -4$$
両辺を 2 で割って、 $2a + b = -2 \cdots \textcircled{2}$
点 $(6, 18)$ を通るので、 $x = 6, y = 18$ を代入して
$$18 = 36a + 6b + c \quad \textcircled{1} \text{より、整理して、} 36a + 6b = 12$$
両辺を 6 で割って、 $6a + b = 2 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3} - \textcircled{2}$ より、 $4a = 4$ よって $a = 1$ $\textcircled{2}$ より、 $b = -4$
したがって、求める2次関数は $y = x^2 - 4x + 6$