



- 1 6を n 乗することを考える。 $(n$ は自然数)

6^n は正だから、常用対数を考えて

$$\log_{10} 6^n = n \log_{10} 6 = n \log_{10} 2 \cdot 3 = n(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) = n(0.3010 + 0.4771) = 0.7781n$$

6^n が20桁の数であるためには

$$10^{19} \leq 6^n < 10^{20}$$

であればよいから、各辺の常用対数をとると

$$19 \leq 0.7781n < 20 \quad \therefore 24.4 < n < 25.8$$

これを満たすのは $n = 25$ であるから、6は25乗したとき初めて20桁となる

- 2 $m^3 n^3$ は15桁、 $\frac{m^{15}}{n^{15}}$ の整数部分は9桁であるから、

$$10^{14} \leq m^3 n^3 < 10^{15} \quad 10^8 \leq \frac{m^{15}}{n^{15}} < 10^9$$

それぞれの常用対数をとると

$$\log_{10} 10^{14} \leq \log_{10} m^3 n^3 < \log_{10} 10^{15} \quad \log_{10} 10^8 \leq \log_{10} \frac{m^{15}}{n^{15}} < \log_{10} 10^9$$

$$14 \leq 3 \log_{10} m + 3 \log_{10} n < 15 \quad 8 \leq 15 \log_{10} m - 15 \log_{10} n < 9$$

$$\therefore 4.6 < \log_{10} m + \log_{10} n < 5 \cdots \textcircled{1} \quad 0.53 < \log_{10} m - \log_{10} n < 0.6 \cdots \textcircled{2}$$

①②の各辺をたすと、 $5.13 < 2 \log_{10} m < 5.6 \quad \therefore 2.565 < \log_{10} m < 2.8$

つまり、 $2 < \log_{10} m < 3$ を満たしているから、 m の整数部分は3桁。

①から②をひくと、 $4.07 < 2 \log_{10} n < 4.4 \quad \therefore 2.035 < \log_{10} n < 2.2$

つまり、 $2 < \log_{10} n < 3$ を満たしているから、 n の整数部分は3桁。