応用問題に挑戦

数II　不定積分 (解答)

■1　$f'(x) = 3x^2 - 4x + 3$ だと分かるので，

$$f(x) = \int (3x^2 - 4x + 3)\,dx = x^3 - 2x^2 + 3x + C \ (C \text{ は積分定数})$$

$y = f(x)$ のグラフが点 $(1,\ 1)$ を通るので，$1 = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + C \qquad \therefore C = -1$
よって，求める曲線は $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

■2　曲線 $y = f(x)$ 上の各点 $(x,\ y)$ における接線の傾きが x^2 に比例するので，定数 k を用いて

$$f'(x) = kx^2$$

とおくことができる。

$$\therefore f(x) = \int kx^2\,dx = \frac{1}{3}kx^3 + C \ (C \text{ は積分定数})$$

2 点 $(0,\ 0)$，$(1,\ 1)$ を通るから，

$$C = 0, \qquad 1 = \frac{1}{3}k + C \qquad \therefore k = 3$$

以上より，$f(x) = 3x^2$