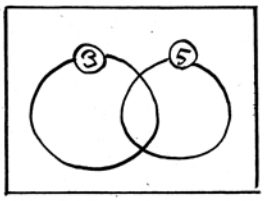
応用問題に挑戦

数B　等差数列の和

■1　1から100までの自然数のうち，3または5で割り切れるものの和を求めなさい。



3で割り切れるものの和

… $3+6+9+\cdots+99 = \frac{1}{2}\cdot 33(3+99) = 1683$

5で割り切れるものの和

… $5+10+15+\cdots+100 = \frac{1}{2}\cdot 20(5+100) = 1050$

3でも5でも割り切れる、つまり15の倍数の和

… $15+30+45+\cdots+90 = \frac{1}{2}\cdot 6(15+90) = 315$

よって求める和は

$1683+1050-315 = 2418$

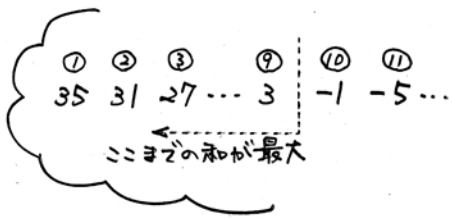
■2　初項が35で，公差が-4の等差数列がある。この数列の初項から第何項までの和が最大となるか。また，そのときの最大値を求めなさい。

この数列の一般項は　$35+(n-1)\cdot(-4)$ より　$-4n+39$

$-4n+39>0$ とおくと、$n<\frac{39}{4}=9.75$ なので、

この数列は　第9項までは正，第10項からは負である。

よって、和が最大となるのは 第9項 まで。



このときの和は

$35+31+27+\cdots+3$

$= \frac{1}{2}\cdot 9(35+3)$

$= 171$

(別解) 第n項までの和は

$S_n = \frac{1}{2}n\{2\cdot 35+(n-1)\cdot(-4)\}$

$= -2n^2+37n$

$= -2\left(n-\frac{37}{4}\right)^2+\frac{1369}{8}$

2次関数と考える

nは整数なので、$n=\frac{37}{4}$に最も近いのは

$n=9$

NANCHINA