

● 期待値

10本のくじの中に当たりが1本入っていて、それを引いたら1000円の賞金がもらえるとする。くじを10回引けば、必ず当たりが引けるから、

くじ引き10回につき、1000円もらえる。

と考えられる。ということは割合的に、

くじ引き1回につき、_____円もらえる。

と考えることもできそう。言い換えれば、くじ引き1回につき、平均して、_____円の賞金が期待できる、ということになる。

この期待できる金額のことを、このくじ引き1回あたりの**期待値**(平均)という。

もっと複雑なくじ引きを考えよう。

右のような100本のくじがあるとき、賞金の総額は_____円であるから、くじ引き1回あたりの期待値は
_____ ÷ 100 = _____円となる。

賞	A賞	B賞	C賞
賞金(円)	1000	500	100
本数(本)	10	30	60

この期待値は、次のように、確率を利用して計算することもできる。

くじを1本引くときに、もらえる賞金とその確率を表にしたものが右である。

この表から、期待値は

$$1000 \times \frac{10}{100} + 500 \times \frac{30}{100} + 100 \times \frac{60}{100}$$

賞	A賞	B賞	C賞
賞金(円)	1000	500	100
確率	$\frac{10}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{60}{100}$

のように計算してもよいことが分かる。

よって、何らかの試行を行ったときの期待値を求めるには、上のような表を作り、数量と確率をかけたものを加えればよい。

例 1 1個のサイコロを投げたときの目を X とするとき、 X の期待値。

X	1	2	3	4	5	6	計
確率 p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$$1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$$

つまり、サイコロを1回投げると、平均して3.5の目が出るのが期待できる、ということになる。

● 期待値 ●

$$E = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \cdots + x_np_n$$

値	x_1	x_2	x_3	x_n	計
確率	p_1	p_2	p_3	p_n	1

例題1 3枚の硬貨を同時に投げるとき、表の出る枚数 X の期待値を求めよ。

(吉教科書 p.109 問2)

⇒ $\left(\begin{array}{l} X \text{ は } 0, 1, 2, 3 \text{ のどれかである。} \\ \text{それぞれの場合の確率を求め、表を作ろう。} \end{array} \right.$

例題2 2個のサイコロを同時に投げるとき、出る目の数の和 X の期待値を求めよ。

(吉教科書 p.110 問4)

⇒ $\left(\begin{array}{l} X \text{ は } 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \\ 12 \text{ という値をとり得る。} \end{array} \right.$

=====

[MEMO]