

## ● 組合せ

$a, b, c, d$  の4つの文字から3つ選んで並べる方法(4つの中から3つ取る順列)は  ${}_4P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$  通りであった。これらをすべて書くと、次のようになる。

$abc \quad acb \quad bac \quad bca \quad cab \quad cba \cdots$  ①

$bcd \quad bdc \quad cbd \quad cdb \quad dbc \quad dcb \cdots$  ②

$acd \quad adc \quad cad \quad cda \quad dac \quad dca \cdots$  ③

$abd \quad adb \quad bad \quad bda \quad dab \quad dba \cdots$  ④

ところが、“並べる”必要がないとすると、選んできた3つの文字の順番はいつでもよくなるから、例えば①に出てくる6つの単語は区別する必要がなく、すべて「 $a$ と $b$ と $c$ 」という1つのものとしてまとめることができる。

したがって、もし上の問題で、並び方を気にしないのであれば、選び方の総数は

「①  $a$ と $b$ と $c$ 」, 「②  $b$ と $c$ と $d$ 」, 「③  $a$ と $c$ と $d$ 」, 「④  $a$ と $b$ と $d$ 」

の4通りということになる。

異なる  $n$  個の中から、順序を問題にしないで、 $r$  個を取り出して1組としたものを、 $n$  個から  $r$  個とる \_\_\_\_\_ といい、その総数を記号で  $\square \square \square$  と表す。

上の例では、「4つの文字の中から3つとる組合せの総数が4通り」ということであるから、 ${}_4C_3 = 4$  と表せることになる。

## ● 組合せの計算の方法

[例]  ${}_5C_3$

5つの文字  $a, b, c, d, e$  の中から3個とる組合せの総数を考える。

まず、これまで学習してきたように、3個とって並べる方法は、① \_\_\_\_\_ 通りである。ところがこの数え方だと、順番が違うだけで組合せは同じであるものを、別々に1つ1つ数えてしまうことになる。組合せの総数は、もっと少ないはずである。

例えば、組合せ「 $a$ と $b$ と $c$ 」でまとめられるような単語は② \_\_\_\_\_ 個あるから、組合せの総数は

$${}_5C_3 = \text{①} \div \text{②} = \text{_____} \text{ 通り}$$

と計算できる。

## ● 組合せの数 ●

$${}_nC_r = \frac{(n \text{ 個から } r \text{ 個とる順列の数})}{(\text{とってきた } r \text{ 個の並び方の数})} = \frac{nP_r}{r!}$$

${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$  であることから、 ${}_n C_r$  は次のようにも表すことができる。

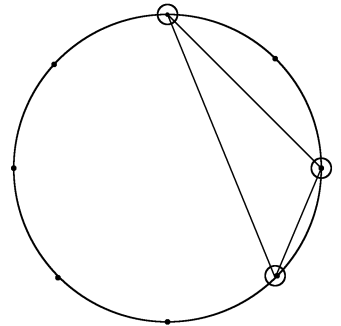
$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!} \div r! = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

[例題①]  ${}_7 C_3$ ,  ${}_{40} C_4$  を計算せよ。

[例題②] 11人の部員の中から、居残り練習をさせる3人を選ぶ方法は何通りあるか。

[例題③] 円周上に異なる8個の点がある。これらの中から3点を選び、それらを頂点とする三角形を作るとき、三角形はいくつできるか。

(吉教科書 p.75 問2)



⇒ ( 頂点を3つ選べば、三角形が1つできる。  
8個の中から3個の頂点を選ぶ方法が何通りあるか調べればよい。 )

=====

[MEMO]