

● ${}_nC_r$ の性質 ●

${}_nC_r$ について、以下の等式が成り立つ。

$$[1] {}_nC_r = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$[2] {}_nC_r = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

● 同じものを含む順列

[例1] a, b, c, d, e の5文字を使って単語を作る方法は何通りあるか。

5つの異なる文字を並べる順列の総数であるから、

$$\square P \square = \square! = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 通り}$$

である。

[例2] a, a, a, b, c の5文字を使って単語を作る方法は何通りあるか。

もし3つの a を区別して数えたとしたら、例えば $aaabc$ という単語にも、実は

$$a_1 a_2 a_3 b c \quad a_1 a_3 a_2 b c \quad a_2 a_1 a_3 b c \quad a_2 a_3 a_1 b c \quad a_3 a_1 a_2 b c \quad a_3 a_2 a_1 b c$$

の6種類(3つの文字の並べ方の総数が ${}_3P_3 = 3! = 6$ だから)が隠れていることが分かる。逆に言えば、区別をしなくてよいとしたら、6個の単語を1つにまとめることができるから、作り方の総数は、区別した場合の $\frac{1}{6}$ になる。

よって例2の答えは $\underline{\hspace{2cm}} \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 個。

[例題①] a, a, a, b, b, c, c の7文字を使って単語を作る方法は何通りあるか。

(吉教科書 p.79 例5)

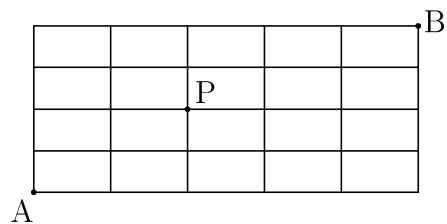
● 同じものを含む順列の数 重要 ●

全部で n 個の文字があり、その中に同じものが p 個、別の同じものが q 個、さらに別の同じものが r 個…あったときの並べ方の総数は

$$\frac{n!}{p! q! r! \dots}$$

[例題②] 図のような道があるとき、A から B まで最短距離で行く方法は何通りあるか。

また、途中で P を通るとすると、何通りであるか。



⇒ (A から B まで行くためには、9 個の矢印
↑ ↑ ↑ ↑ → → → →
が必要である。これらの並べ方の数だけ、
行き方がある。

=====
[MEMO]