

※ 簡単な計算方法はないだろうか

①  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 100 =$

②  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 200 =$

### 等差数列の和

初項  $a$ 、公差  $d$ 、項数  $n$  の等差数列の末項を  $l$  とする。つまりこの数列は

$$a^{(1)}, a + d^{(2)}, a + 2d^{(3)}, \dots, l - d^{(n-1)}, l^{(n)}$$

という数列である。

この数列の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  と書くことにすると、

$$S_n = a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (l - d) + l \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

と表される。この式の右辺の項を逆にすると

$$S_n = l + (l - d) + \dots + (a + 2d) + (a + d) + a \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。①+②より、

$$\begin{aligned} 2S_n &= (a + l) + (a + l) + \dots + (a + l) + (a + l) \\ &= \boxed{\quad}(a + l) \end{aligned}$$

したがって、 $S_n = \underline{\hspace{2cm}} \dots \textcircled{3}$  となる。

ところで、 $l$  は末項、つまり第  $n$  項であるから、

$$l = a + (n - 1)d$$

と表せる。これを③に代入すると、 $S_n = \frac{1}{2}\{2a + (n - 1)d\}$  が得られる。

### ● 等差数列の和 ●

初項  $a$  の等差数列の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とするとき、

**1** 末項を  $l$  とすると、 $S_n = \frac{1}{2}n(a + l)$

**2** 公差を  $d$  とすると、 $S_n = \frac{1}{2}n\{2a + (n - 1)d\}$

※ 公式**1**の方を、しっかり押さえておくこと。**2**は、**1**を少し変形しただけの公式であるから、自分で作ることができる。

**問題1** 次の等差数列の初項から第  $n$  項までの和を求めよ。

(1)  $-3, 1, 5, 9, \dots$

(2)  $15, 10, 5, 0, \dots$

**問題2** 2桁の自然数のうち、3で割ると1余る数の和を求めよ。

(吉教科書 p.63 例題 3)

**問題3** 初項  $-120$ 、公差  $7$  の等差数列の初項から第何項までの和が最小となるか。また、そのときの和を求めよ。

(吉教科書 p.63 問 10)

=====

[MEMO]