※　第 n 項までの和はどうなるだろうか。

$$3+6+12+24+48+\cdots\cdots+3\cdot 2^{n-1} = \ ?$$

等比数列の和

初項 a，公比 r の等比数列は，

$$a,\ ar,\ ar^2,\ \cdots\cdots,\ ar^{n-2},\ ar^{n-1}$$

と書くことができる。

この数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおく。つまり，

$$S_n = a + ar + ar^2 + \cdots\cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \qquad \cdots\cdots ①$$

である。この式に r を掛けてみると，

$$rS_n = \qquad ar + ar^2 + ar^3 + \cdots\cdots\cdots + ar^{n-1} + ar^n \ \cdots\cdots ②$$

となる。

①－②を計算すると，

$$S_n - rS_n = a - ar^n$$
$$\therefore (1-r)S_n = a(1-r^n)$$

したがって，＿＿＿＿＿のとき，$S_n = \boxed{}$

また，$r=1$ のときは，$S_n = a + a + a + \cdots\cdots + a = \boxed{}$

よって，次の公式が得られる。

● 等比数列の和 ●

初項 a，公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，

$\boxed{1}$　$r \neq 1$ のとき，　$\boldsymbol{S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}}$

$\boxed{2}$　$r = 1$ のとき，　$\boldsymbol{S_n = na}$

※　0 が分母に来てはいけないという規則があった。もし $r=1$ ならば，公式 $\boxed{1}$ の分母は 0 になってしまい，使えない。だからわざわざ「$r=1$ のとき」と分けてあるのである。

問題1　次の等比数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。また，初項から第 5 項までの和を求めよ。
(吉教科書 p.67　問 15)

(1) 初項 3，公比 2　　(2) 初項 4，公比 $-\dfrac{1}{3}$

問題2　次の等比数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。　(吉教科書 p.67　問 16)

(1) $1,\ 3,\ 9,\ 27,\ \cdots\cdots$　　(2) $2,\ -4,\ 8,\ -16,\ \cdots\cdots$

(3) $\dfrac{9}{4},\ -\dfrac{3}{2},\ 1,\ -\dfrac{2}{3},\ \cdots\cdots$　　(4) $6\sqrt{3},\ 6,\ 2\sqrt{3},\ 2,\ \cdots\cdots$

問題3　数列 0.36，0.3636，0.363636，…… の一般項 a_n を求めよ。　(吉教科書 p.67　問 17)

ヒント：第 n 項は $0.\underbrace{363636\cdots 36}_{「36」が\ n\ 個}$ だから，$0.36+0.0036+0.000036+\cdots\cdots+0.0000\cdots0036$ と分解される。

==

[MEMO]