1年数学予習シート　■階差数列■　

どんな規則をもった数列だろうか？

3，6，11，18，27，38，……

階差数列

ぱっと見ただけでは規則の分からない数列の場合，隣り合う項の差を調べることがある。

数列 $\{a_n\}$ に対して，$b_n = a_{n+1} - a_n$ で与えられる数列 $\{b_n\}$ を，数列 $\{a_n\}$ の**階差数列**という。

数列 $\{a_n\}$	1	2	4	7	11	16	……	(もとの数列)
数列 $\{b_n\}$	1	2	3	4	5	……		(階差数列)

階差数列を用いて，もとの数列の一般項を求めることを考えよう。

①	②	③	④	⑤	⑥		ⓝ
1	2	4	7	11	16	……	$\boxed{?}$
1	2	3	4	5	……	$n-1$	
❶	❷	❸	❹	❺		$n-1$	

もとの数列の一般項 a_n(第 n 項，図の $\boxed{?}$ 部) は，もとの数列の初項 1 に，下の数列の項を第 $n-1$ 項まで加えたものである。

$$a_n = 1 + \underline{(1+2+3+4+5+\cdots\cdots+n-1)}$$

つまり，

$$a_n = 1 + \underline{\qquad\qquad\qquad}$$ (等差数列の和の公式より)

よって，もとの数列の一般項は $a_n = \underline{\qquad\qquad\qquad}$ と求められる。

一般に，数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると，

$$a_n = a_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + \cdots\cdots + b_{n-1})$$

と表される。“b_{n-1}”までしか和をとらないのは，もとの数列の項数が n だから，その間の個数は 1 つ少なくて $n-1$ となるからである。

上の式を $\sum$ を用いて表すと，

$$a_n = a_1 + \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

となる。

● 重 要 階差数列と一般項 ●

数列 $\{a_n\}$ に対して，$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n =1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とすると，

$n \geqq 2$ のとき，　$\boldsymbol{a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k}$

問題1　次の数列の一般項を求めよ。　(吉教科書 p.77　問 11)

(1) 1，3，7，13，21，$\cdots\cdots$　　(2) 2，5，14，41，122，$\cdots\cdots$

数列の和と一般項

● 数列の和と一般項 ●

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，

$\boldsymbol{a_1 = S_1}$

$n \geqq 2$ のとき，　$\boldsymbol{a_n = S_n - S_{n-1}}$

問題2　初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n = n^2 + 6n$ となる数列 $\{a_n\}$ はどのような数列か。

(吉教科書 p.78　例題 6)

==

[MEMO]