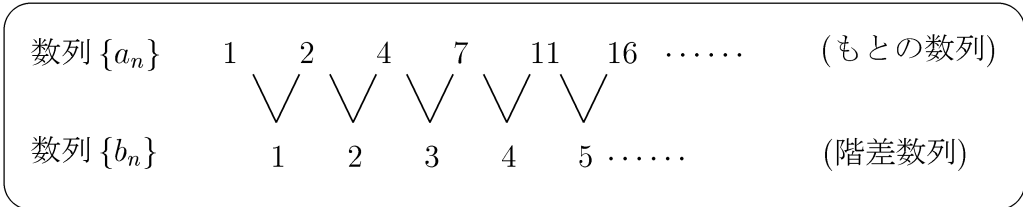


どんな規則をもった数列だろうか？

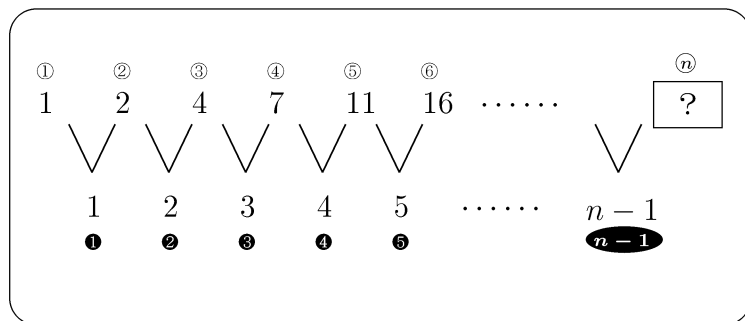
3, 6, 11, 18, 27, 38, ……

階差数列

ぱっと見ただけでは規則の分からない数列の場合、隣り合う項の差を調べることがある。
数列 $\{a_n\}$ に対して、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ で与えられる数列 $\{b_n\}$ を、数列 $\{a_n\}$ の階差数列という。



階差数列を用いて、もとの数列の一般項を求めることを考えよう。



もとの数列の一般項 a_n (第 n 項, 図の ? 部) は、もとの数列の初項 1 に、下の数列の項を第 $n-1$ 項まで加えたものである。

$$a_n = 1 + \underline{(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n - 1)}$$

つまり,

$$a_n = 1 + \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{等差数列の和の公式より})$$

よって、もとの数列の一般項は $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ と求められる。

一般に、数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると、

$$a_n = a_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-1})$$

と表される。“ b_{n-1} ”までしか和をとらないのは、もとの数列の項数が n だから、その間の個数は1つ少なく $n-1$ となるからである。

上の式を Σ を用いて表すと、

$$a_n = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

となる。

● **重要** 階差数列と一般項 ●

数列 $\{a_n\}$ に対して, $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) とすると,

$$\underbrace{n \geq 2 \text{ のとき}}, \quad a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

問題 1 次の数列の一般項を求めよ。

(吉教科書 p.77 問 11)

(1) 1, 3, 7, 13, 21, ……

(2) 2, 5, 14, 41, 122, ……

数列の和と一般項

● 数列の和と一般項 ●

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると,

$$a_1 = S_1$$
$$n \geq 2 \text{ のとき}, \quad a_n = S_n - S_{n-1}$$

問題 2 初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = n^2 + 6n$ となる数列 $\{a_n\}$ はどのような数列か。

(吉教科書 p.78 例題 6)

[MEMO]