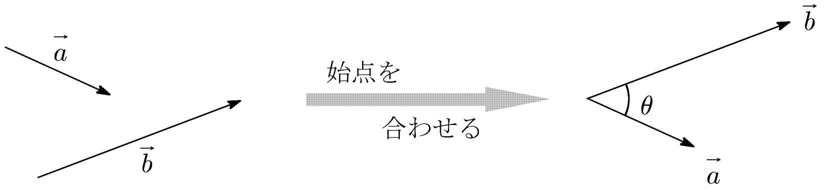
2年数学予習シート　■ベクトルの内積■　1－19

ベクトルの内積

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，これらの始点を合わせると，間に角ができる。



この角を，$\vec{a}$, $\vec{b}$ **の** ______ という。ただし ______ $\leqq \theta \leqq$ ______ とする。

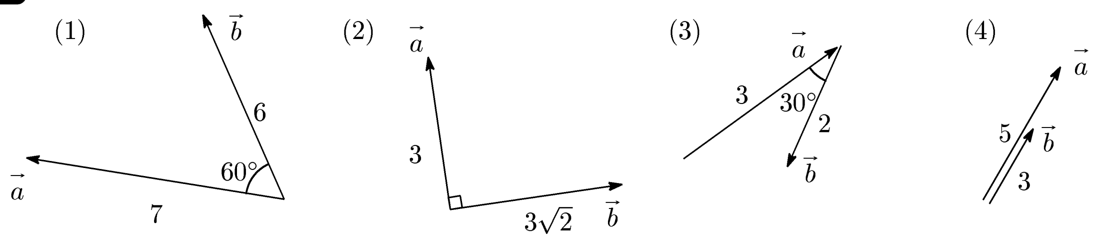
ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角が θ のとき，$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の ______ といい，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ で表す。

● 内積の定義 ●

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$\vec{a}$ と $\vec{a}$ のなす角は 0° であるから，$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}||\vec{a}|\cos 0° = |\vec{a}|^2$

問題1　次の 2 つのベクトルの内積を求めよ。



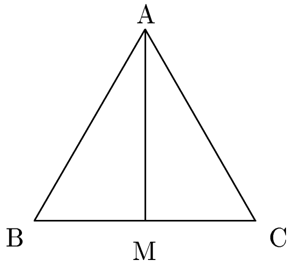
問題2　$\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角を θ とする。次の場合に，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。　(吉教科書 p.21　問 17)

(1) $|\vec{a}| = 1$，$|\vec{b}| = 3$，$\theta = 30°$　　(2) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$，$|\vec{b}| = \sqrt{6}$，$\theta = 135°$

問題3　1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC がある。辺 BC の中点を M とするとき，次の内積を求めよ。

(吉 教科書 p.22　問 18)

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$　　(2) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}$　　(3) $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{CM}$



次のことは重要である。

● ベクトルの垂直と内積 ●

$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$ のとき，

$$\boldsymbol{\vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0}$$

成分と内積

● ベクトルの垂直と内積 ●

$\vec{a} = (a_1,\ a_2)$，$\vec{b} = (b_1,\ b_2)$ のとき，

$$\boldsymbol{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2}$$

※余弦定理を利用して，上が成り立つことを説明せよ。。

問題4　次の 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の内積を求めよ。　(吉 教科書 p.24　問 19)

(1) $\vec{a} = (-1,\ 2)$，$\vec{b} = (4,\ 3)$　　(2) $\vec{a} = (3,\ 2)$，$\vec{b} = (-2,\ 3)$

(3) $\vec{a} = (5,\ -4)$，$\vec{b} = (0,\ 1)$　　(4) $\vec{a} = (0,\ 0)$，$\vec{b} = (1,\ 2)$