

2年数学予習シート ■数学的帰納法(2)■

1-2

例 1 n が 4 以上の自然数のとき、次の不等式を証明せよ。

(吉教科書 p.87 例題 2)

$$2^n > n + 10$$

[証明] 与えられた不等式を①とおき、数学的帰納法によって証明する。

(I) $n = 4$ のとき、

(左辺)=_____， (右辺)=_____
よって、_____であるから、①は成り立つ。

(II) $k \leq 4$ として、

$n = k$ のとき、①が成り立つと仮定すると、

$$2^k > k + 10$$

したがって、この式の両辺に 2 をかけると、

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2(k + 10)$$

また、

より、 $2(k + 10) > (k + 1) + 10$

だから、 $2^{k+1} > (k + 1) + 10$

よって、①は $n = k + 1$ のときにも成り立つ。

(I), (II) より、①は 4 以上のすべての自然数 n について成り立つ。

問題 1 n が 2 以上の自然数のとき、次の不等式を証明せよ。

(吉教科書 p.87 問 2)

$$3^n > 2n + 1$$

問題 2 n が 4 以上の自然数のとき、次の不等式を証明せよ。

(吉教科書 p.87 練習 2)

$$2^n > n^2$$

例 2 $a_1 = 1, a_{n+1} = 4n - a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

で定義される数列 $\{a_n\}$ について、 a_n を表す n の式を推定し、それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。

(吉教科書 p.88 例題 3)

[証明]

これから、 a_n は次のようにになると推定される。

$$a_n = \underline{\hspace{1cm}} \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

すべての自然数 n について①が正しいことを証明する。

(I), (II) より、①はすべての自然数について正しい。

問題3 $a_1 = 2, a_n + a_{n+1} = 2n + 3$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

で定義される数列 $\{a_n\}$ について、 a_n を表す n の式を推定し、それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。

(吉教科書 p.88 問3)