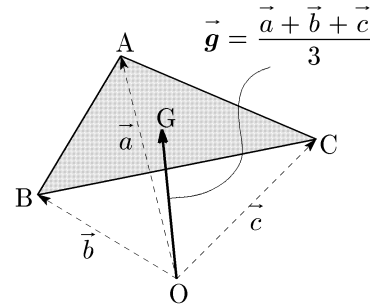


**三角形の重心**

3点  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$ ,  $C(\vec{c})$  を頂点とする三角形の重心  $G(\vec{g})$  について、

$$\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$



**問題1**  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とするとき、次の等式を証明せよ。

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

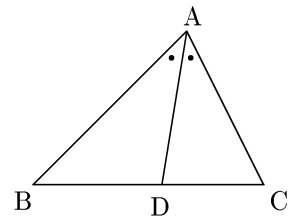
(吉教科書 p.31 問2)

**三角形の内心**

内心は、三角形の3つの \_\_\_\_\_ の2等分線の交点である。

角の2等分線には、次の性質がある。

$\triangle ABC$  において、 $\angle A$  の2等分線と辺  $BC$  との交点を  $D$  とすると、  
 $AB : AC =$  \_\_\_\_\_  $:$  \_\_\_\_\_



**問題2**  $\triangle OAB$  において、 $\vec{OA} = (0, 2)$ ,  $\vec{OB} = (3, 4)$  で、 $\angle AOB$  の2等分線が辺  $AB$  と交わる点を  $C$  とする。このとき、 $\vec{OC}$  を成分で表せ。  
 (吉教科書 p.31 問3)

**問題3** 3点  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$ ,  $C(\vec{c})$  を頂点とする  $\triangle ABC$  において、 $BC=4$ ,  $CA=5$ ,  $AB=6$  のとき、 $\triangle ABC$  の内心  $I$  の位置ベクトル  $\vec{i}$  を、 $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を使って表せ。  
 (吉教科書 p.32 例題1)

[参考] : 3点  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$ ,  $C(\vec{c})$  を頂点とする三角形の内心  $I(\vec{i})$  について、

$$\vec{i} = \frac{l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}}{l + m + n} \quad , \quad \text{ただし、} l=BC, m=AC, n=CA$$

三角形の外心と垂心

**問題4**  $\triangle ABC$  の外接円の中心 (外心)  $O$  を基点としたときの頂点  $A, B, C$  の位置ベクトルをそれぞれ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  とし,  $\vec{h} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  を位置ベクトルとする点を  $H$  とする。このとき, 次のことを証明せよ。

(吉教科書 p.32 練習 3)

(1)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{b} \cdot \vec{b} = \vec{c} \cdot \vec{c}$                       (2)  $(\vec{h} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$ , つまり,  $AH \perp BC$

図形への応用

次の2つの性質は, よく用いる。

一直線上にある条件    点  $P$  が直線  $AB$  上にある  $\iff \vec{AP} = k\vec{AB}$  となる実数  $k$  がある

**問題5** 平行四辺形  $OABC$  において, 辺  $OA$  の中点を  $D$ , 対角線  $OB$  を  $2:5$  に内分する点を  $E$ , 辺  $OC$  を  $2:1$  に内分する点を  $F$  とする。このとき, 3点  $D, E, F$  は一直線上にあることを証明せよ。

(吉教科書 p.33 問 4)

一次独立性     $\vec{a}, \vec{b}$  が  $\vec{0}$  でも平行でもないとき,  $m\vec{a} + n\vec{b} = m'\vec{a} + n'\vec{b} \iff m = m', n = n'$

**問題6**  $\triangle ABC$  において, 辺  $AB, AC$  の中点をそれぞれ  $M, N$ , 線分  $BN$  と  $CM$  の交点を  $P$  とするとき,  $\vec{AP}$  を  $\vec{AB}, \vec{AC}$  を使って表せ。

(吉教科書 p.34 問 5)