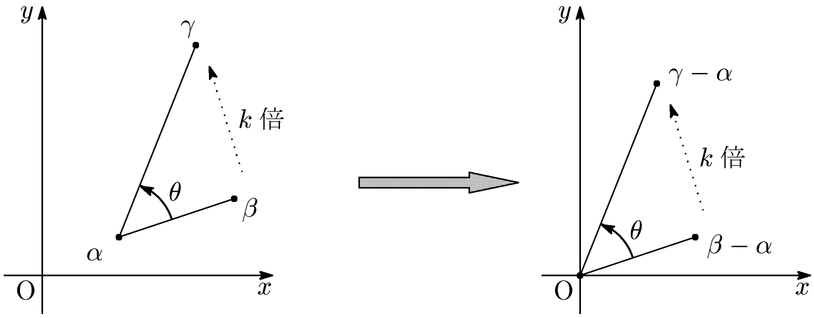
2直線のなす角

複素数平面上の点 B(β) を，A(α) を中心に θ だけ回転させ，さらに A からの距離を k 倍にした点を C(γ) とする。



このとき，3 点 α, β, γ の間には，次の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{\gamma - \alpha = k(\cos\theta + i\sin\theta)(\beta - \alpha)}$$

問題1　3 点 A(α)，B(β)，C(γ) に対して，$\gamma - \alpha = (1+i)(\beta - \alpha)$ のとき，△ ABC はどのような三角形か。
(吉教科書 p.103　問 21)

上述のことより，3 点 A(α)，B(β)，C(γ) について，次のことがいえる。

$$\angle \mathbf{BAC} = \boldsymbol{\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}}$$

問題2　$\alpha = -1+i$，$\beta = \sqrt{3} - 1 + 2i$，$\gamma = -1 + 3i$ の表す点を，それぞれ A，B，C とするとき，∠ BAC の大きさを求めよ。
(吉教科書 p.104　問 22)

とくに，3 点 A(α)，B(β)，C(γ) が一直線上にあるのは，$\theta = 0°$，または $180°$ のときである。
また，2 直線 AB，AC が垂直になるのは，$\theta = 90°$，または $270°$ のときである。

● 分点の公式 ●

3 点 A，B，C が一直線上 $\iff$ $\boldsymbol{\dfrac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}}$ **が実数**

2 直線 AB，AC が垂直 $\iff$ $\boldsymbol{\dfrac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}}$ **が純虚数**

問題 3　$\alpha = 2+3i$，$\beta = 3-i$，$\gamma = 4+yi$ の表す点を，それぞれ A，B，C とするとき，次の場合に，それぞれ実数 y の値を定めよ。
(吉教科書 p.104　問 23)

(1) 3 点 A，B，C が一直線上にある。　　(2) 2 直線 AB，AC が垂直である。

等式の表す図形

以下の 2 つが基本となる。z が表す図形は

① $|z-\alpha| = |z-\beta|$ .... 2 点 A(α)，B(β) について，線分 AB の垂直二等分線

② $|z-\alpha| = r$ .... α を中心とする，半径 r(実数) の円

問題 4　点 z が原点を中心とする半径 2 の円周上を動くとき，次の式で表される点 w は，どのような図形を描くか。
(吉教科書 p.106　練習 8)

(1) $w = iz+1$　　(2) $w = \dfrac{1}{z}$　　(3) $w = 2i(z+2)$　　(4) $w = \dfrac{2z}{z-2}$