極限値

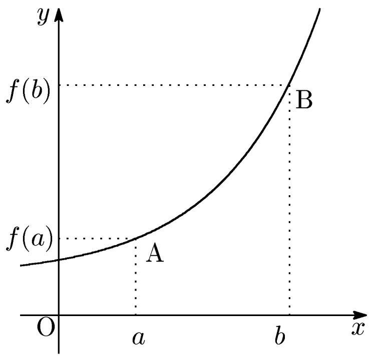
x が限りなく 2 に近づくと，x^2+1 は限りなく 5 に近づく。この状態を「$x \to 2$ のとき，$x^2+1 \to 5$」，あるいは，$\displaystyle \lim_{x\to 2}(x^2+1)=5$ と表し,「x が 2 に近づくときの**極限値**は 5 である」という。

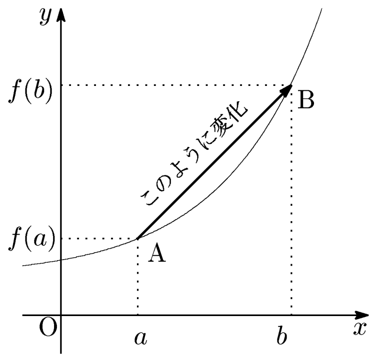
問題1　次の値を求めよ。

(1) $\displaystyle \lim_{x\to 1}(x^2+2x+3)$　(2) $\displaystyle \lim_{x\to -2}(x+2)$　(3) $\displaystyle \lim_{h\to 0}\frac{3h^2-2h}{h}$

平均変化率

関数 $y=f(x)$ について考える。x が a から b まで 変化するとき，x の変化は $b-a$，y の変化は $f(b)-f(a)$ である。





途中の経過を無視すれば，関数 $y=f(x)$ のグラフは，A から B まで上図右のように変化したことになり，その傾きは ________________ と表される。

この傾きのことを，$y=f(x)$ が a から b まで変化するときの**平均変化率**という。

x の変化量のことを x の ________，y の変化量のことを y の ________ といい，それぞれ $\boldsymbol{\Delta x}$，$\boldsymbol{\Delta y}$（デルタ）のように書く。

● 平均変化率 ●

関数 $y=f(x)$ が a から b まで変化するときの平均変化率は

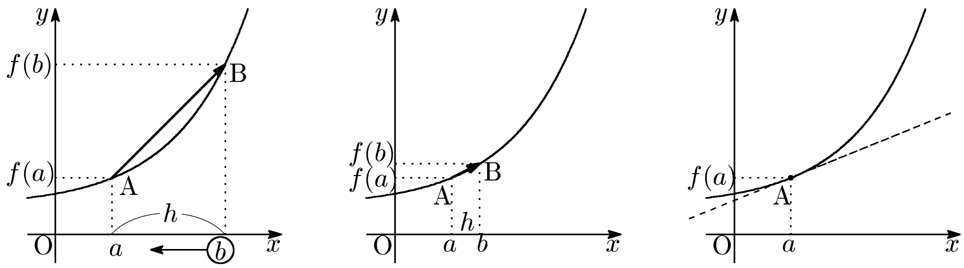
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

※右端の式は，中央の式において $b-a=h$ とおいたもの。

問題2　x の値が 1 から 3 まで変わるとき，次の関数の平均変化率を求めよ。　(吉教科書 p.112　問 3)

(1) $y=3x$　(2) $y=x^2-7x+4$

微分係数



x の変化の幅を少しずつ小さくしていくと (つまり，$b \to a$，または $h \to 0$)，点 A における「瞬間の」平均変化率に近づいていく。

b を a に (h を 0 に) 限りなく近づけたとき，平均変化率 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ がある決まった値に近づくならば，その極限値を関数 $y = f(x)$ の $x = a$ における ＿＿＿＿＿＿＿＿ といい，$\boldsymbol{f'(a)}$ と表す。

● 微分係数 ●

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

問題3 関数 $f(x) = x^2 - 7x + 4$ について，次の微分係数を求めよ。 (吉教科書 p.114　問 6)

(1) $f'(1)$　　(2) $f'(2)$

問題4 次の関数について，$f'(a)$ を計算せよ。 (吉教科書 p.114　問 8)

(1) $f(x) = x^2 - 5x$　　(2) $f(x) = x^3 - 2$

微分係数の意味

● 微分係数と接線の傾き ●

関数 $y = f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ は，この関数のグラフ上の点 $(a,\ f(a))$ における接線の傾きである。

問題5 放物線 $y = x^2$ 上の次の点における接線の傾きを求めよ。 (吉教科書 p.116　問 9)

(1) $(-1,\ 1)$　　(2) $(2,\ 4)$