

極限值

x が限りなく 2 に近づくと、 $x^2 + 1$ は限りなく 5 に近づく。この状態を「 $x \rightarrow 2$ のとき、 $x^2 + 1 \rightarrow 5$ 」、あるいは、 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 5$ と表し、「 x が 2 に近づくときの**極限值**は 5 である」という。

問題 1 次の値を求めよ。

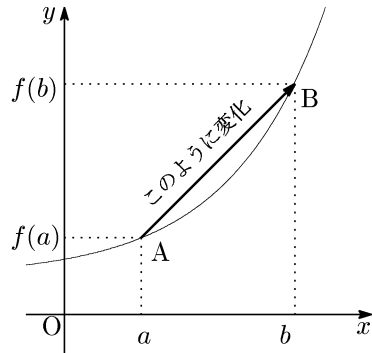
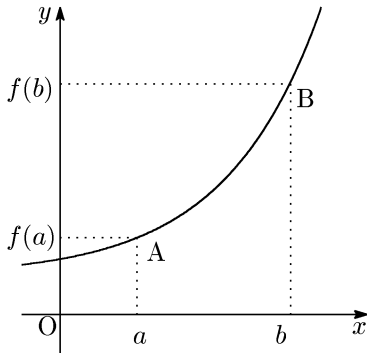
(1) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 3)$

(2) $\lim_{x \rightarrow -2} (x + 2)$

(3) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 - 2h}{h}$

平均変化率

関数 $y = f(x)$ について考える。 x が a から b まで変化するとき、 x の変化は $b - a$ 、 y の変化は $f(b) - f(a)$ である。



途中の経過を無視すれば、関数 $y = f(x)$ のグラフは、A から B まで上図右のように変化したことにな

り、その傾きは _____ と表される。

この傾きのことを、 $y = f(x)$ が a から b まで変化するときの**平均変化率**という。

x の変化量のことを x の _____, y の変化量のことを y の _____ といい、それぞれ Δx , Δy のように書く。

● **平均変化率** ●

関数 $y = f(x)$ が a から b まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

※右端の式は、中央の式において $b - a = h$ とおいたもの。

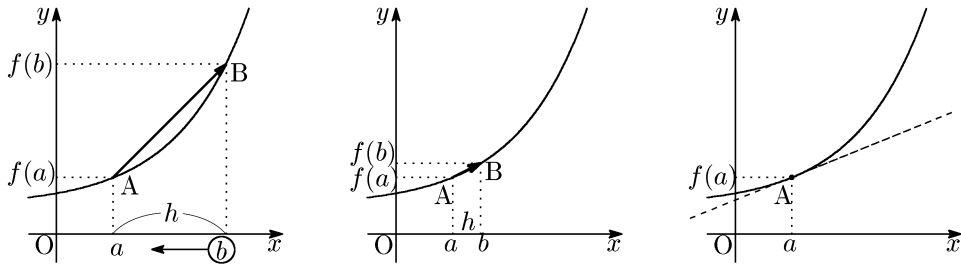
問題 2 x の値が 1 から 3 まで変わるとき、次の関数の平均変化率を求めよ。

(吉教科書 p.112 問 3)

(1) $y = 3x$

(2) $y = x^2 - 7x + 4$

微分係数



x の変化の幅を少しずつ小さくしていくと (つまり, $b \rightarrow a$, または $h \rightarrow 0$), 点 A における「瞬間の」平均変化率に近づいていく。

b を a に (h を 0 に) 限りなく近づけたとき, 平均変化率 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ がある決まった値に近づくならば, その極限値を関数 $y = f(x)$ の $x = a$ における _____ といい, $f'(a)$ と表す。

● 微分係数 ●

$$f'(a) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

問題3 関数 $f(x) = x^2 - 7x + 4$ について, 次の微分係数を求めよ。

(吉教科書 p.114 問 6)

- (1) $f'(1)$ (2) $f'(2)$

問題4 次の関数について, $f'(a)$ を計算せよ。

(吉教科書 p.114 問 8)

- (1) $f(x) = x^2 - 5x$ (2) $f(x) = x^3 - 2$

微分係数の意味

● 微分係数と接線の傾き ●

関数 $y = f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ は, この関数のグラフ上の点 $(a, f(a))$ における接線の傾きである。

問題5 放物線 $y = x^2$ 上の次の点における接線の傾きを求めよ。

(吉教科書 p.116 問 9)

- (1) $(-1, 1)$ (2) $(2, 4)$