２年数学予習シート　■不定積分■

不定積分

関数 $f(x)$ に対して，$f(x)$ を導関数にもつ関数 $F(x)$，つまり $F'(x) =$ ________ であるような関数 $F(x)$ を，$f(x)$ の ________________ という。

要するに，微分すると $f(x)$ になるような関数を，原始関数と呼ぶ。つまり，**微分法の逆の演算**を考えていることになる。

例 1　$f(x) = 3x^2$ の原始関数は，$F(x) = x^3$，　$x^3 - 2$，　$x^3 + 5$，…… (無数にある)

$f(x)$ の原始関数は無数にあるけれども，その違いは定数部分だけであるから，すべての原始関数は

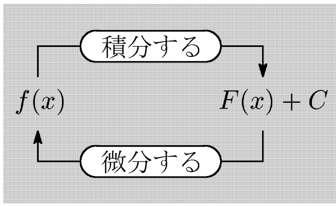
$F(x) + C$　ただし，C は任意の定数

という形でかくことができる。

このように，C を用いて表した原始関数を，$f(x)$ の ________________ といい，$\int \boldsymbol{f(x)dx}$ で表す。

● 不定積分 ●

$F'(x) = f(x)$ のとき，　$\displaystyle \int \boldsymbol{f(x)dx = F(x) + C}$



$f(x)$ の不定積分を求めることを，$f(x)$ を**積分する**といい，定数 C を ________________ という。

主な関数の不定積分は，次のようになる。

$\int 1dx =$ ________________ (C は積分定数)　　$\int xdx =$ ________________ (C は積分定数)

$\int x^2dx =$ ________________ (C は積分定数)　　$\int x^3dx =$ ________________ (C は積分定数)

● $\boldsymbol{x^n}$ の不定積分 ●

$$\int \boldsymbol{x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C} \qquad (C \text{ は積分定数})$$

不定積分の計算

不定積分の記号 $\int$ は，次のように係数を前に出したり，分配したりすることができる。

例 2

$$\begin{aligned}\int (9x^2 - 4x + 3)dx &= 9\int x^2dx - 4\int xdx + 3\int dx \\ &= 9 \cdot \frac{1}{3}x^3 - 4 \cdot \frac{1}{2}x^2 + 3x + C \\ &= 3x^3 - 2x^2 + 3x + C \qquad (C \text{ は積分定数})\end{aligned}$$

※上の計算の 2 行目で，本当は 3 つの積分定数が発生するのだが，すべて定数であるから，1 つにまとめて「C」と書いて構わない。

問題1　次の不定積分を求めよ。　(吉教科書 p.141　問 2)

(1) $\int 5x^2dx$　(2) $\int (3-6x)dx$　(3) $\int (6x^2-8x+1)dx$

問題2　不定積分 $\int (6x^2-6x-3)dx+\int (-3x^2+4x-1)dx$ を求めよ。　(吉教科書 p.141　問 3)

問題3　次の不定積分を求めよ。　(吉教科書 p.142　問 4)

(1) $\int x(x+5)dx$　(2) $\int (2x+3)^2dx$　(3) $\int (3x+2)(3x-2)dx$　(4) $\int (2x-1)(4x+3)dx$

問題4　次の条件を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。　(吉教科書 p.142　問 5)

(1) $f'(x)=5x-2,\quad f(0)=-2$　(2) $f'(x)=(x+1)(x-3),\quad f(-1)=0$