

2年数学予習シート ■定積分■

2-17

定積分

… x が a から b まで変化するときの、不定積分 $F(x) + C$ の変化量

関数 $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ は無数に存在し、1つに定まらない。そのため、原始関数を求めることを「不定」積分と呼んでいる。

例えば $f(x) = 2x$ の原始関数は、 x^2 , $x^2 - 5$, $x^2 + 10$ など無数にあるが、 x が a から b まで変化するとき

x^2 の変化量は $b^2 - a^2$

$x^2 - 5$ の変化量は $(b^2 - 5) - (a^2 - 5) =$ _____

$x^2 + 10$ の変化量は _____

のように、どの原始関数でも変化量が等しくなる。

つまり、どの原始関数 $F(x)$ で考えても、 x が a から b まで変化するときの $F(x)$ の変化量 $F(b) - F(a)$ は常に1つの値に定まる。

この変化量 $F(b) - F(a)$ を、記号で $\int_a^b f(x)dx$ 、または $[F(x)]_a^b$ と書き、 $f(x)$ の a から b までの

という。そして、 a をこの定積分の _____, b を _____ という。

● 定積分の定義 ●

$f(x)$ の原始関数の1つを $F(x)$ とすると、

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

問題1 次の定積分を求めよ。

(吉教科書 p.144 問 6)

$$(1) \int_2^1 (3 - 2x)dx$$

$$(2) \int_3^0 (1 - 2x^2)dx$$

$$(3) \int_1^2 (x - 1)(x - 2)dx$$

$$(4) \int_{-1}^1 (t^2 + 2t + 1)dt$$

$$(5) \int_0^a (1 - 3t)(2 - t)dt$$

$$(6) \int_{-a}^a (4 - y^2)dy$$

問題2 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_{-2}^1 (2x^2 - 2x + 1)dx - \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x + 1)dx$

(2) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} (4x^2 + 6x + 2)dx + 2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} (1 - 3x - 2x^2)dx$

定積分の性質

定積分では、次のことが成り立つ。

● 定積分の性質 ●

- ① $\int_a^a f(x)dx = 0$ 積分区間の幅が0なら、定積分も0
- ② $\int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx$ 積分区間の端点を入れ替わると、定積分はマイナス
- ③ $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$ 積分区間は分割可能

問題2 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_0^1 (x^2 - x + 1)dx + \int_1^2 (x^2 - x + 1)dx$

(2) $\int_{-1}^0 (2x^2 - x)dx - \int_2^0 (2x^2 - x)dx$