判別式

方程式の解が，実数のとき ＿＿＿＿＿＿＿＿ ，虚数のとき ＿＿＿＿＿＿＿＿ という。
(虚数とは，実数でない複素数のこと。もっと言えば，i を含んだ数のこと)

実数係数の 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

であるが，この式のルートの中，つまり

$$\boldsymbol{b^2 - 4ac} \ (= D)$$

のことを，2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の**判別式**という。

判別式 D が負のときは，解の公式のルートの中が負になるから，方程式は ＿＿＿＿＿＿ 解をもつ。
(※以前はこの場合のことを「解なし」と呼んでいた)

判別式が 0 または正のときは，解の公式のルートの中が 0 または正となるから，方程式は実数解をもつ。

● 解の判別 ●

実数係数の 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式を D とするとき，

$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac > 0} \iff$ **異なる 2 つの実数解をもつ**

$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac = 0} \iff$ **重解をもつ**

$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac < 0} \iff$ **異なる 2 つの虚数解をもつ**

問題 1　次の 2 次方程式の解を判別せよ。　(・教科書 p.75　問 10)

(「**判別せよ**」＝「どんな解をもつかを答えよ」… 方程式を解けと言ってる訳ではない)

(1) $4x^2 + 5x - 6 = 0$　　(2) $2x^2 - 3x + 4 = 0$

(3) $9x^2 - 12x + 4 = 0$　　(4) $7x^2 - 3x = 0$

※ $ax^2 + bx + c = 0$ について，とくに x の係数が偶数のとき (つまり，$b = 2b'$ のとき) は

$$D = b^2 - 4ac = (2b')^2 - 4ac = 4(b'^2 - ac)$$

最後の係数「4」は，解の判別に無関係なので，

$$\boldsymbol{ax^2 + 2b'x + c = 0} \text{ の判別式は } \boldsymbol{\frac{D}{4} = b'^2 - ac}$$

であると考えてよい。

問題 2　2 次方程式 $3x^2 - 3kx + 1 - k = 0$ が重解をもつように，定数 k の値を定めよ。また，そのときの解を求めよ。

(▪ 教科書 p.76　問 12)

問題 3　2 次方程式 $2x^2 - 4x + 5 - k^2 = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつように，定数 k の値の範囲を定めよ。

(▪ 教科書 p.76　問 13)

問題 4　2 次方程式 $x^2 + (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$ が実数解をもつように，定数 m の値の範囲を求めよ。

(▪ 教科書 p.76　練習 1)