

合成関数の微分

● 合成関数の微分 ●

$y = f(u)$, $u = g(x)$ がそれぞれ u , x で微分可能なとき, 合成関数 $y = f(g(x))$ について,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

例 1 $y = (3x + 2)^4$ を微分する

$u = 3x + 2$ とおくと, $y = u^4$ 。これを u について微分したものに, $\frac{du}{dx}$ をかければよいから,

$$y' = \frac{dy}{dx} = 4u^3 \cdot \frac{du}{dx} = 4(3x + 2)^3 \cdot 3 = 12(3x + 2)^3$$

合成関数の微分は, 次のように表すこともできる。

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

問題 1 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.76 問9)

(1) $y = (2x + 1)^7$

(2) $y = (x^2 - x + 1)^3$

(3) $y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^4$

(4) $y = \frac{1}{(x^3 + 1)^3}$

逆関数の微分

● 逆関数の微分 ●

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

例 1 $y = \sqrt[4]{x}$ を微分する

$x = y^4$ であるから, x を y で微分すると, $\frac{dx}{dy} = 4y^3$ つまり, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4y^3} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$

問題2 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \sqrt{x}$

(2) $y = \sqrt[3]{x}$

この公式は、 r が有理数の場合にも拡張される。● x^r の導関数 ●

$$r \text{ が有理数のとき, } (x^r)' = rx^{r-1}$$

問題3 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.78 問11)

(1) $y = \sqrt[3]{x}$

(2) $y = \sqrt[4]{x^5}$

(3) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$

問題4 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.78 問12)

(1) $y = \sqrt{2x+3}$

(2) $y = \sqrt[3]{2x-1}$

(3) $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(4) $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$