

## 合成関数の微分

## ● 合成関数の微分 ●

$y = f(u)$ ,  $u = g(x)$  がそれぞれ  $u$ ,  $x$  で微分可能なとき, 合成関数  $y = f(g(x))$  について,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

**例 1**  $y = (3x + 2)^4$  を微分する

$u = 3x + 2$  とおくと,  $y = u^4$ 。これを  $u$  について微分したものに,  $\frac{du}{dx}$  をかければよいから,

$$y' = \frac{dy}{dx} = 4u^3 \cdot \frac{du}{dx} = 4(3x + 2)^3 \cdot 3 = 12(3x + 2)^3$$

合成関数の微分は, 次のように表すこともできる。

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

**問題 1** 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.76 問9)

$$(1) y = (2x + 1)^7 \quad (2) y = (x^2 - x + 1)^3 \quad (3) y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \quad (4) y = \frac{1}{(x^3 + 1)^3}$$

## 逆関数の微分

## ● 逆関数の微分 ●

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

**例 1**  $y = \sqrt{x}$  を微分する

$x = y^2$  であるから,  $x$  を  $y$  で微分すると,  $\frac{dx}{dy} = 2y$  つまり,  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

**問題2** 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = \sqrt{x}$

(2)  $y = \sqrt[3]{x}$

この公式は、 $r$  が有理数の場合にも拡張される。●  $x^r$  の導関数 ●

$$r \text{ が有理数のとき, } (x^r)' = rx^{r-1}$$

**問題3** 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = \sqrt[3]{x}$

(2)  $y = \sqrt[4]{x^5}$

(3)  $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$

(→教科書 p.78 問 11)

**問題4** 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = \sqrt{2x+3}$

(2)  $y = \sqrt[3]{2x-1}$

(3)  $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(4)  $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

(→教科書 p.78 問 12)