

log |f(x)| の導関数

● 三角関数の導関数 ●

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x, \quad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

[証明] (→参考：和を積に直す公式, $90^\circ + x$ の公式)

問題 1 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.82 問1)

(1) $y = \sin 3x$

(2) $y = \cos(1 - 2x)$

(3) $y = \tan^2 x$

(4) $y = \cos^3 x$

(5) $y = x \sin x$

(6) $y = \sin x \cos x$

e

極限 $\lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{\frac{1}{t}}$ は収束し、その値は 2.71828182845... という無理数になることが知られている。この値を e とかく。

$$e = \lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{\frac{1}{t}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.71828182845 \dots$$

e を底とする対数 $\log_e x$ を、 x の _____ という。自然対数 $\log_e x$ は、底の e を省略して $\log x$ と書くことが多い。このとき、

$$\log e = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \log_a e = \underline{\hspace{2cm}}$$

対数関数の微分法

● 対数関数の導関数 ●

$$(\log x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \log a}$$

[証明]

問題2 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.84 問3)

(1) $y = \log(2x - 1)$

(2) $y = x^2(\log x - 1)$

(3) $y = \log_{10} x$

指数関数の微分法

指数関数は対数関数の逆関数であることを利用すると、次のことが示される。

● 指数関数の導関数 ●

$$(e^x)' = e^x, \quad (a^x)' = a^x \log a$$

[証明]

問題3 次の関数を微分せよ。

(→教科書 p.85 問4)

(1) $y = e^{-x}$

(2) $y = 3^x$

(3) $y = (e^x - e^{-x})^2$