

無限級数の性質

● 無限級数の性質 ●

無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ が収束して、その和がそれぞれ S , T であるとき、

$$\textcircled{1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} k a_n = k S \quad \text{ただし、} k \text{ は定数}$$

$$\textcircled{2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = S + T, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = S - T$$

問題1 次の無限級数の和を求めよ。

(→教科書 p.46 問5)

$$(1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{4^n}$$

$$(2) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n + 1}{5^n}$$

問題2 無限級数 $1 + (x^2 - 1) + (x^2 - 1)^2 + \dots + (x^2 - 1)^{n-1} + \dots$ が収束するような x の値の範囲、および、そのときの和を求めよ。

(→教科書 p.47 問6)

問題3 無限級数 $(1-x) + (1-x)x^2 + (1-x)x^4 + \dots + (1-x)x^{2n-2} + \dots$ が収束するような x の値の範囲を求めよ。また、その和を $f(x)$ として、関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。(→教科書 p.47 練習2)

循環小数

例 1

$$0.\dot{2} = 0.222222\dots \quad 0.\dot{3}\dot{5} = 0.353535\dots \quad 0.\dot{2}01\dot{7} = 0.201720172017\dots$$

$$0.3\dot{5}\dot{2} = 0.3525252\dots$$

例 2

$$0.\dot{3}9 = 0.393939\dots = 0.39 + 0.0039 + 0.000039 + \dots$$

であるから、右辺は初項 _____, 公比 _____ の無限等比級数になっている。

$$\therefore 0.\dot{3}9 = \frac{\boxed{}}{1 - \boxed{}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

問題4 次の循環小数を分数で表せ。

(→教科書 p.48 問7)

(1) $0.\dot{5}$

(2) $0.\dot{9}\dot{3}$

(3) $1.6\dot{8}\dot{1}$

問題5 次の数を1つの循環小数として表せ。

(→教科書 p.48 問8)

(1) $0.\dot{4}\dot{2} + 0.\dot{2}\dot{3}$

(2) $0.\dot{1}\dot{2} \times 0.\dot{3}$

(3) $0.\dot{2}\dot{4}\dot{3} \times 1.\dot{3}\dot{7}\dot{0}$