

指数関数・対数関数と極限

グラフより，指数関数 a^x と対数関数 $\log_a x$ の極限は，それぞれ，次のようになる。

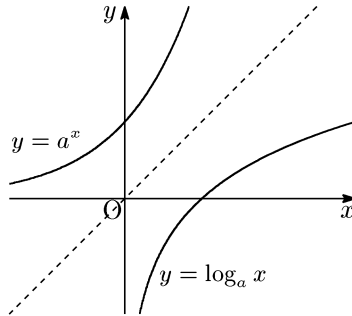
[1] $a > 1$ のとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \square$$

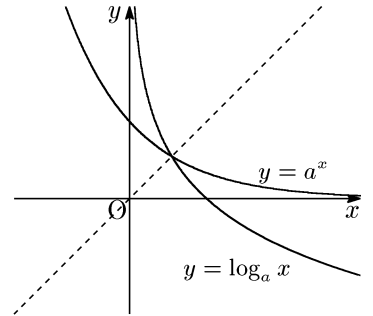
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \square$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \log_a n = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \log_a x = \square$$



[$a > 1$ のとき]



[$0 < a < 1$ のとき]

[2] $0 < a < 1$ のとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \square$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \log_a n = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \log_a x = \square$$

問題1 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_2 \frac{1}{n}$

(4) $\lim_{x \rightarrow +0} \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x}$

(→教科書 p.55 問 10)

問題2 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 2^{-n}}{2^n + 2^{-n}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{3^x + 3^{-x}}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_2 \left(\frac{3}{n} + 4 \right)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3+0} \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$

(5) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \{ \log_2(x^2 - 1) - \log_2(x - 1) \}$

(→教科書 p.55 問 11)

三角関数と極限

三角関数は周期をもった関数であるから、次のような極限は存在しない。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin x, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \cos x, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \tan x$$

問題3 次の極限について調べよ。

(→教科書 p.56 問 12)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \tan x$

問題3 次の極限值を求めよ。

(→教科書 p.56 問 13)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan^2 x}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan x}$