

最大・最小

増減表を書くことにより、最大、最小の問題を考えることができる。

問題1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(→教科書 p.107 問17)

$$(1) y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$(2) y = x \log x - x \left(\frac{1}{e} \leq x \leq e \right)$$

方程式・不等式への応用

問題2 $x > 0$ のとき、不等式 $x - \frac{1}{2}x^2 < \log(1+x) < x$ を証明せよ。

(→教科書 p.108 問18)

→(ヒント): $x - \frac{1}{2}x^2 < \log(1+x)$ かつ $\log(1+x) < x$ であることを証明すればよい。

問題3 例題7の(2)の結果を利用して、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}$ であることを示せ。

(→教科書 p.108 練習7)

問題4 k を定数とするとき、 x についての方程式 $x = ke^{2x}$ の異なる実数解の個数を調べよ。(→教科書 p.109 問19)