平面上の点の運動

座標平面上を動く点 P があり，時刻 t における $P(x, y)$ の位置が，

$$x = f(t), \qquad y = g(t) \qquad \cdots ①$$

と表されているとすると，点 (x, y) は t の変化にともなって，1 つの曲線を描く。

例 1

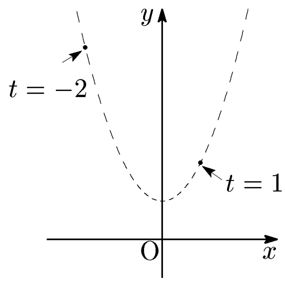
座標平面上を動く点 P の，時刻 t における座標 (x, y) が

$$x = t, \qquad y = t^2 + 1 \qquad \cdots ②$$

である点の運動を考える。

各時刻における点 P の座標を表にすると次のようになる。

時刻 t	-2	-1	0	1	2
位置 (x, y)			$(0, 0)$		



これらの点が描く曲線は，②の 2 式から t を消去すれば分かる。… ＿＿＿＿＿＿＿＿

点 $P(x, y)$ の運動が $x = f(t)$，$y = g(t)$ で表されているとき，時刻 t における

$\boldsymbol{x}$ **軸方向への速度** は $\dfrac{dx}{dt} = f'(t)$　　　$\boldsymbol{y}$ **軸方向への速度** は $\dfrac{dy}{dt} = g'(t)$

と表される。これらを組にした，$\boldsymbol{\vec{v}} = \left(\dfrac{\boldsymbol{dx}}{\boldsymbol{dt}}, \dfrac{\boldsymbol{dy}}{\boldsymbol{dt}}\right)$ を，時刻 t における**速度**または**速度ベクトル**という。

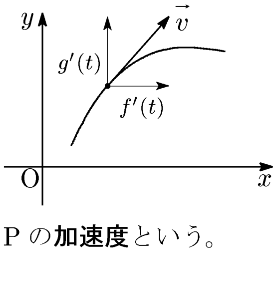
速度 $\vec{v}$ の大きさ $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$ を，点 P の ＿＿＿＿＿＿ という。

例 2

上の例 1 では，$\dfrac{dx}{dt} =$ ＿＿＿，$\dfrac{dy}{dt} =$ ＿＿＿＿＿ なので，時刻 t における点 P の

速度は $\vec{v} =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿，速さは $|\vec{v}| =$ ＿＿＿＿＿＿＿ である。

※時刻 t における点 P の速度ベクトルは，点 P における接線の方向と一致する。



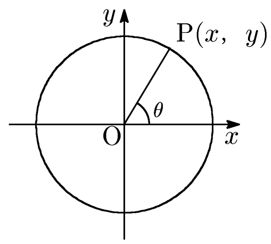
速度と同様に，2 次導関数の組である $\boldsymbol{\vec{a}} = \left(\dfrac{\boldsymbol{d^2x}}{\boldsymbol{dt^2}}, \dfrac{\boldsymbol{d^2y}}{\boldsymbol{dt^2}}\right)$ を，時刻 t における点 P の**加速度**という。

加速度の大きさ $|\vec{a}|$ は，次のように定める。　$|\vec{a}| = \sqrt{\left(\dfrac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\dfrac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$

問題1　時刻 t における点 P の座標 $(x,\ y)$ が，$x=t$，$y=\sin t$ である平面上の点 P の運動について，次の時刻における速度，加速度とそれらの大きさを求めよ。 (➡教科書 p.119　問 6)

等速円運動

原点を中心とする半径 r の円周上を運動する点 P について
x 軸の正の部分を始線にとり，動径 OP の回転角を θ とすると，
点 P の座標 $(x,\ y)$ は
$x=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿，　$y=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿
と表される。



ここで，回転角 θ の時刻 t に対する変化率 $\dfrac{d\theta}{dt}$ を ＿＿＿＿＿＿＿＿ といい，角速度が一定であるとき，点 P の運動を**等速円運動**という。

角速度を ω とおくと，$\dfrac{d\theta}{dt}=\omega$ であるから，$\theta=\omega t$ となる。よって点 P の座標は $(r\cos\omega t,\ r\sin\omega t)$ で，速度は $\vec{v}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ となる。

また，加速度は $\vec{a}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ となる。