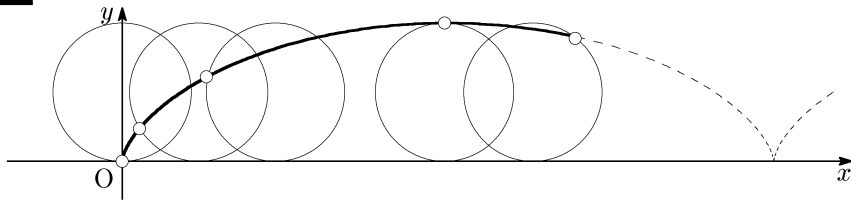
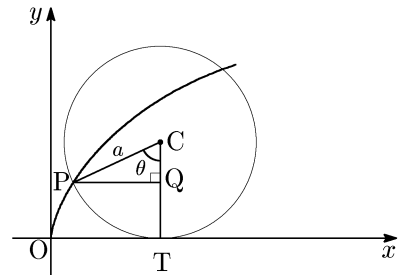


### サイクロイド



1つの円が定直線に接しながらずに転がっていくとき、この円周上に固定された点Pが描く曲線という。

転がる円Cの半径を $a$ とし、円Cが $\theta$ ラジアンだけ回転したときの点Pの座標を $(x, y)$ とすると、 $x, y$ は $\theta$ の関数として次のように表される。



#### ●サイクロイドの方程式●

$$x = a(\theta - \sin \theta), \quad y = a(1 - \cos \theta)$$

### 媒介変数で表される関数の導関数

サイクロイドのように、 $x, y$ だけでなく、 $t$ や $\theta$ などの他の変数を媒介として(媒介変数によって)表される関数

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

について、 $y$ を $x$ の関数と考えると、次のように導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求めることができる。

#### ●媒介変数で表される関数の導関数●

$$x = f(t), \quad y = g(t) \text{ のとき, } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

**問題1** 次のように媒介変数 $t$ で表された関数について、 $\frac{dy}{dx}$ を $t$ を用いた式で表せ。

(→教科書 p.121 問8)

$$(1) \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 3t^2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$$

**問題2** 媒介変数  $\theta$  を用いて,  $x = \theta - \sin \theta$ ,  $y = 1 - \cos \theta$  で表されるサイクロイド上の, 次の  $\theta$  の値に対応する点における接線の方程式を求めよ。

(→教科書 p.122 問 9)

(1)  $\theta = \frac{\pi}{2}$

(2)  $\theta = \pi$

**問題3** 教科書の例題 4(p.123) で, 半径が 1cm のときの半径の増加する速度を求めよ。

(→教科書 p.121 問 8)