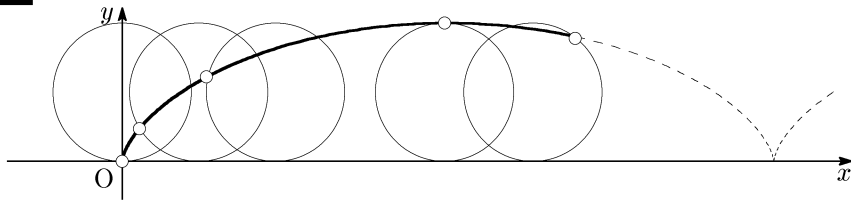
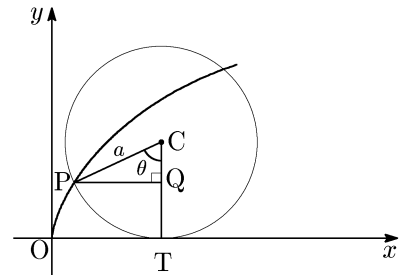


サイクロイド



1つの円が定直線に接しながらすべらずに転がっていくとき、この円周上に固定された点Pが描く曲線という。

転がる円Cの半径を a とし、円Cが θ ラジアンだけ回転したときの点Pの座標を (x, y) とすると、 x, y は θ の関数として次のように表される。



●サイクロイドの方程式●

$$x = a(\theta - \sin \theta), \quad y = a(1 - \cos \theta)$$

媒介変数で表される関数の導関数

サイクロイドのように、 x, y だけでなく、 t や θ などの他の変数を媒介として(媒介変数によって)表される関数

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

について、 y を x の関数と考えると、次のように導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求めることができる。

●媒介変数で表される関数の導関数●

$$x = f(t), \quad y = g(t) \text{ のとき, } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

問題 1 次のように媒介変数 t で表された関数について、 $\frac{dy}{dx}$ を t を用いた式で表せ。

(→教科書 p.121 問8)

$$(1) \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 3t^2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$$

問題2 媒介変数 θ を用いて, $x = \theta - \sin \theta$, $y = 1 - \cos \theta$ で表されるサイクロイド上の, 次の θ の値に対応する点における接線の方程式を求めよ。

(→教科書 p.122 問 9)

(1) $\theta = \frac{\pi}{2}$

(2) $\theta = \pi$

問題3 教科書の例題 4(p.123) で, 半径が 1cm のときの半径の増加する速度を求めよ。

(→教科書 p.121 問 8)