

条件付き確率

ある条件を満たすものだけに限って考えた確率を、その条件のもとでの条件付き確率という。
例えば、2つのサイコロを投げたとする。

	1	2	3	4	5	6
1	○					
2		○				
3			○			
4				○		
5					○	
6						○

2つの目の和が8以下になるという事象を A 、2つの目が等しくなるという事象を B とする。

特に条件がなければ、サイコロの出方は全部で36通りなので、 $P(A) = \frac{\square}{36}$ 、 $P(B) = \frac{\square}{36}$

また、 A かつ B となる確率についても、 $P(A \cap B) = \frac{\square}{36}$ というように、全て分母は36として考えることになる。

ところが、はじめに次のような条件がついていたとしたら、状況が一変する。

「 A (つまり2つの目の和が8以下になる)という条件の下で考えよ」…①

この条件を満たしているのは、上の表の全36個のうち、26個しかないわけだが、①は、この条件を満たす26個による狭い世界の中だけで確率を考えなさい、と言っている。

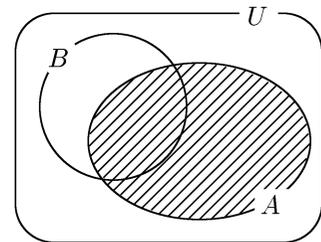
この26個の中で B を満たすものは \square 個あるから、この条件の下で B が起こる確率は、 $\frac{\square}{26}$ となる。

これが、 A という条件の下で B が起こる条件付き確率であり、記号で $P_A(B)$ と表される。

● 条件付き確率の発想 ●

ある条件を満たす狭い世界の中だけで確率を考える

ちなみに、 $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (つまり、 $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$) という関係式が成り立つ。(右図参照)



※上の例で、 $P_B(A)$ はどうなるか。

問題1

ある飛行機の乗客 200 人について、大人・子供の数、男性・女性の数を調べたところ、右の表のような結果であった。この乗客の中から 1 人を選ぶとき、その人が男性であるという事象を A 、大人であるという事象を B として、次の確率を求めよ。

	男性	女性	計
大人	104	46	150
子供	26	24	50
計	130	70	200

- (1) $P(A)$ (2) $P(B)$ (3) $P(A \cap B)$ (4) $P_A(B)$

問題2

当たりくじが 4 本入った 10 本のくじがある。A、B の 2 人がこの順にくじを引くとき、次の問いに答えよ。ただし、引いたくじは元に戻さないものとする。

- (1) A が当たる確率を求めよ。
- (2) A が当たったとき、B が当たる確率を求めよ。
- (3) A も B も当たる確率を求めよ。

問題3

赤玉 6 個、白玉 4 個が入った袋の中から、元に戻さないで 1 個ずつ 2 回取り出すとき、最初の玉が赤である事象を A 、2 番目の玉が白である事象を B とする。次の確率を求めよ。

- (1) $P_A(B)$ (2) $P(A \cap B)$ (3) $P_{\bar{A}}(B)$ (4) $P(B)$