

確率の乗法定理

条件付き確率について、次の式が成り立つことを学習した。

● 確率の乗法定理 ●

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$$

直訳すると、A かつ B の確率は、A の確率 × B の確率になる、ということである。

右辺は、A が起こった後、B がその影響を受けることを考慮して「A が起こり、かつその条件の下で B が起こる」という表現になっている。

独立

10 本のくじの中に、当たりが 3 本入っている。A がくじを 1 本引き、続いて B が 1 本引く。

(1) A が引いたくじを元に戻さないとすると

● A が当たった後、B が当たりを引く確率 $\cdots P_A(B) =$ _____

● B が当たりを引く確率 $\cdots P(B) =$ _____

(2) A が引いたくじを元に戻すとすると

● A が当たった後、B が当たりを引く確率 $\cdots P_A(B) =$ _____

● B が当たりを引く確率 $\cdots P(B) =$ _____

(1) ではくじを元に戻さないので、A の結果が明らかに B に影響を与えるが、(2) ではくじを元に戻すので、A の結果は B に何の影響も与えない。つまり、

$$P_A(B) = P(B)$$

であると言える。

この式が成り立つとき、事象 A と事象 B は互いに**独立**であるという。A と B が互いに独立ならば、確率の乗法定理は次のようになる。

● 確率の乗法定理 (2) ●

事象 A と事象 B が互いに独立ならば

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

問題 1 1 から 10 までの 10 個の整数から 1 つの数を選ぶとき、奇数を選ぶという事象を A、素数を選ぶという事象を B、4 以下の数を選ぶという事象を C とする。

(1) A と B は互いに独立か。

(2) A と C は互いに独立か。

問題2 赤玉7個、白玉3個が入った袋の中から、まず2個を取り出し、元に戻さないで続けて1個を取り出すとき、次の確率を求めよ。

- (1) はじめの2個がともに赤のとき、次の1個が白である確率。
 (2) はじめの2個がともに赤で、かつ次の1個が白である確率。

(ヒント：初めの2個がともに赤であるという事象をA、次の1個が白であるという事象をBとして考える。)

問題3 白玉4個、赤玉2個が入った袋の中から、元に戻さないで1個ずつ、続けて2回玉を取り出す。2回目の玉が赤であるとき、1回目の玉が赤である確率を求めよ。

(ヒント：1回目の玉が赤であるという事象をA、2回目の玉が赤であるという事象をBとして考える。)

問題4 Aの袋には赤玉1個、白玉4個が入っており、Bの袋には赤玉4個、白玉1個が入っている。いま、それぞれの袋から玉を2個ずつ同時に取り出し、交換して袋の中に戻した。このとき、Aの袋の中にある赤玉の個数をXとする。 (→進研 [センター試験] 直前演習 数学ⅡB 第4回 第5問)

(1) $X = 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり、 $X = 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(2) $X = 2$ のとき、袋Aから白玉が2個取り出された条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。