

1 行列による表現

いくつかの数量があるとき、それらをグループ化してまとめて考えると都合がよい場合があります。

【例 1】自動車に乗っている人の年齢構成

自動車Aは4人家族でドライブ中、自動車Bは自動車教習所での検定試験中といったところでしようか。

【例2】各地の気温

地点の気温をこのようにひとかたまりで整理しておけば、気象分析なども効率よく行えそうですね。

いくつかの数をひとまとめにし、「ひとつの数量」と考えると、データの処理がしやすいことがあります。一般に上の例のように数を並べて、長方形に配列したものを**行列**といい、並べられたそれぞれの数のことを、その行列の**成分**といいます。行列は A , B , C のように、アルファベットの大文字で表します。

行列の成分で、横の並びのことを行、縦の並びのことを列といいます。例えば次の行列では、次のように行、列に番号をつけて呼びます。

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 11 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{第1行} \\ \text{第2行} \end{array}$$

行列

行の数が m 、列の数が n である行列を **$m \times n$ 行列**、または m 行 n 列の行列 といいます。すぐ上の行列は 2×3 行列 ということになります。

行と列の数が同じ、つまり $m = n$ の場合、この行列は n 次の**正方行列**であるといいます。

例題

- (1) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ は 2×2 行列 (2 次の正方行列)

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ は 3×2 行列

(3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ は 3×4 行列

2つの行列 A と B が

① どちらも $m \times n$ 行列で

② 対応する成分がすべて等しいとき,

行列 A と B は等しいといい, $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ と書く。

例題

$$\begin{pmatrix} a+1 & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & p \\ 2q-1 & 0 \end{pmatrix} \text{ が成り立つとき, 定数 } a, b, p, q \text{ の値を求めよ。}$$

4つの成分のそれぞれがすべて等しくなればよいので,

$$a+1 = 0, \quad 2 = p, \quad 3 = 2q-1, \quad b = 0$$

$$\text{よって, } a = -1, b = 0, p = 2, q = 4$$

$m \times n$ 行列 A において, 第 i 行, 第 j 列の成分を (i, j) 成分 という。

例題

$$\text{行列 } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \text{ において}$$

$$(2, 1) \text{ 成分は } 4, \quad (3, 2) \text{ 成分は } 8, \quad (1, 3) \text{ 成分は } 3$$