高次方程式

※ ＿＿＿次以上の方程式を，**高次方程式**という。

高次方程式を解くのは容易ではないが，因数分解ができるなどの特殊なものに限って，簡単に解くことができる。

例 1 ① $x^3-1=0$

因数分解すると $(x-1)(x^2+x+1)=0$ となるから，$x=1$ または $x^2+x+1=0$。

よって $x=1,\ \dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$。

② $x^3-6x^2+11x-6=0$

因数分解すると $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ となるから，$x=1,\ 2,\ 3$

③ $x^3+x^2+2x+1=0$

因数分解が容易でなく，簡単には解けない。

問題1 次の方程式を解け。　(吉教科書 p.85　問 28)

(1) $x^3+1=0$　(2) $x^3-27=0$　(3) $x^4=1$

問題2 次の方程式を解け。　(吉教科書 p.86　問 30)

(1) $x^3-7x+6=0$　(2) $2x^3+x^2-x-2=0$

(3) $x^4-x^3-2x-4=0$　(4)$x^4+3x^3-3x^2-11x-6=0$

問題3 次の方程式を解け。　(吉教科書 p.87　問 31)

(1) $x^4+5x^2+4=0$　　(2) $(x^2+x)^2-5(x^2+x)-6=0$

問題4 $1-i$ が方程式 $x^3+ax^2+bx-2=0$ の解となるように，実数 a, b の値を定めよ。また，他の解を求めよ。　(吉教科書 p.87　問 32)

1 の 3 乗根

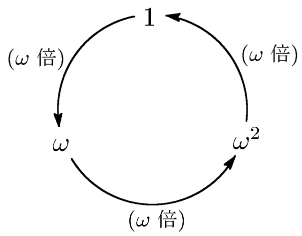
3 乗して 1 になる数を，**1 の 3 乗根**という。

複素数の範囲では，1 の 3 乗根は 1，$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$，$\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ の 3 つである。

ここで，中央の数 $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ を ω（オメガ）とおくと，

$\omega^2 =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿，$\omega^3 =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

となる。すなわち，1 の 3 乗根はこの記号を用いて，1，ω，ω^2 と表される。



問題5 $\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ として，次の関係式が成り立つことを示せ。　(吉教科書 p.85　問 29)

(1) $\omega^3=1$　　(2) $\omega^2+\omega+1=0$

(3) $\omega^4=\omega$　　(4) $(x-\omega)(x-\omega^2)=x^2+x+1$