前回の授業では $\log_3 81$ の値を求めるとき，これを x とおいて指数の形

$$3^x = 81$$

にしてから x を求めた。($x = 4$，つまり $\log_3 81 = 4$)
指数の形に直さないで，直接，対数 $\log_3 81$ の値を求められないだろうか。

対数の性質

$a^0 = 1$，$a^1 = a$ の形を，対数の形に直すと

__________________，　__________________

となる。

$$\log_a p = q \Updownarrow p = a^q$$

また，次の関係が成り立つ。

● 重要 積，商，累乗の対数 ●

$M > 0$，$N > 0$ のとき，(←真数は正でなければならない)

$\boxed{1}$　$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$　(積は和に分解される)

$\boxed{2}$　$\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$　(商は差に分解される)

$\boxed{3}$　$\log_a M^r = r \log_a M$　(累乗は前に出る)

[証明]

$\boxed{1}$

$\boxed{2}$

$\boxed{3}$

例 1 $\log_3 27 = \log_3 3^{\square} = \square \log_3 3 = \square \times 1 = \square$

$\log_2 12 = \log_2(2^2 \times 3) = \log_2 2^2 + \log_2 3 = \square \log_2 2 + \log_2 3 = \square + \log_2 3$

$\log_2 \dfrac{1}{\sqrt{32}} = \log_2 2^{\square} = \square \log_2 2 = \square \times 1 = \square$

(別解) $\log_2 \dfrac{1}{\sqrt{32}} = \log_2 1 - \log_2 \sqrt{32} = 0 - \log_2 2^{\frac{5}{2}} = -\dfrac{5}{2} \log_2 2 = -\dfrac{5}{2}$

例題1　次の式を簡単にせよ。　(吉教科書 p.97　問 9)

(1) $\log_{10} 25 + \log_{10} 4$　(2) $\log_3 36 - \log_3 4$　(3) $2\log_5 3 + \log_5 \dfrac{\sqrt{5}}{9}$

左ページの $\boxed{\mathbf{1}}$, $\boxed{\mathbf{2}}$ の性質は，底 a がそろっているときに使える性質である。
もし底がそろっていないときは，次の公式で底を変換して，そろえることができる。

● 重要 底の変換公式 ●

a，b，c が正の数で，$a \neq 1$，$c \neq 1$ のとき，

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \qquad (\leftarrow \text{底を } a \text{ から } c \text{ に変換})$$

[証明]

例題2　次の式の底を，指定された数に変換し，簡単にせよ。　(吉教科書 p.98　問 10)

(1) $\log_3 10$ (底を 10 に)　(2) $\log_9 \sqrt{27}$ (底を 3 に)

(3) $\log_2 6 - \log_4 9$ (底を 2 に)　(4) $\log_2 3 \times \log_3 4$ (底を 3 に)

例題3　$\log_{10} 3 = a$，$\log_{10} 5 = b$ のとき，$\log_{18} 15$ を a，b で表せ。　(吉教科書 p.98　問 11)

$$\left(\textbf{ヒント}: \log_{18} 15 = \frac{\log_{10} 15}{\log_{10} 18} = \frac{\log_{10}(3 \cdot 5)}{\log_{10}(2 \cdot 3^2)} = \frac{\log_{10} 3 + \log_{10} 5}{\log_{10} 2 + \log_{10} 3^2} \right)$$