

# 2年数学予習シート ■不定積分■

2-16

## 不定積分

関数  $f(x)$  に対して、 $f(x)$  を導関数にもつ関数  $F(x)$ 、つまり  $F'(x) = \underline{\hspace{1cm}}$  であるような関数  $F(x)$  を、 $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$  という。

要するに、微分すると  $f(x)$  になるような関数を、原始関数と呼ぶ。つまり、微分法の逆の演算を考えることになる。

**例 1**  $f(x) = 3x^2$  の原始関数は、 $F(x) = x^3, x^3 - 2, x^3 + 5, \dots$  (無数にある)

$f(x)$  の原始関数は無数にあるけれども、その違いは定数部分だけであるから、すべての原始関数は

$F(x) + C$  ただし、 $C$  は任意の定数

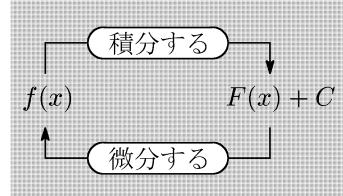
という形でかくことができる。

このように、 $C$  を用いて表した原始関数を、 $f(x)$  の  $\underline{\hspace{1cm}}$  といい、 $\int f(x)dx$  で表す。

### ● 不定積分 ●

$$F'(x) = f(x) \text{ のとき, } \int f(x)dx = F(x) + C$$

$f(x)$  の不定積分を求めることを、 $f(x)$  を積分するといい、定数  $C$  を  $\underline{\hspace{1cm}}$  という。



主な関数の不定積分は、次のようになる。

$$\int 1dx = \underline{\hspace{1cm}} \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$\int xdx = \underline{\hspace{1cm}} \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$\int x^2 dx = \underline{\hspace{1cm}} \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$\int x^3 dx = \underline{\hspace{1cm}} \quad (C \text{ は積分定数})$$

### ● $x^n$ の不定積分 ●

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

## 不定積分の計算

不定積分の記号  $\int$  は、次のように係数を前に出したり、分配したりすることができます。

$$\begin{aligned} \text{例 2} \quad \int (9x^2 - 4x + 3)dx &= 9 \int x^2 dx - 4 \int x dx + 3 \int dx \\ &= 9 \cdot \frac{1}{3} x^3 - 4 \cdot \frac{1}{2} x^2 + 3x + C \\ &= 3x^3 - 2x^2 + 3x + C \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

※上の計算の2行目で、本当は3つの積分定数が発生するのだが、すべて定数であるから、1つにまとめて「 $C$ 」と書いて構わない。

**問題 1**

次の不定積分を求めよ。

(1)  $\int 5x^2 dx$

(2)  $\int (3 - 6x) dx$

(3)  $\int (6x^2 - 8x + 1) dx$

**問題 2**不定積分  $\int (6x^2 - 6x - 3) dx + \int (-3x^2 + 4x - 1) dx$  を求めよ。**問題 3**

次の不定積分を求めよ。

(1)  $\int x(x + 5) dx$

(2)  $\int (2x + 3)^2 dx$

(3)  $\int (3x + 2)(3x - 2) dx$

(4)  $\int (2x - 1)(4x + 3) dx$

**問題 4**次の条件を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

(1)  $f'(x) = 5x - 2, \quad f(0) = -2$

(2)  $f'(x) = (x + 1)(x - 3), \quad f(-1) = 0$