問題1 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。 (吉教科書 p.147 問 11)

ヒント：$\int_0^1 f(t)$ は計算することができないが，積分した後 t に 0 や 1 を代入するわけだから，定数であることは間違いない。

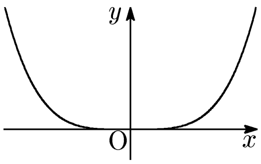
(1) $f(x) = 3x + 2\int_0^1 f(t)dt$

(2) $f(x) = 6x + \int_{-1}^1 tf(t)dt$

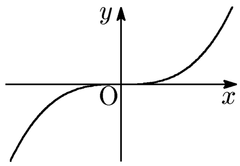
偶関数と奇関数

偶関数 …… $f(\quad) = f(x)$ を満たす関数……………………………グラフは y 軸対称

奇関数 …… $f(-x) =$ ________ を満たす関数……………………………グラフは原点対称



[偶関数]



[奇関数]

微分と積分の関係

a が定数のとき，$\int_a^x f(t)dt$ を計算すると x の式が残るから，これは x についての関数である。

$f(t)$ の原始関数の 1 つを $F(t)$ とすると (つまり，$F'(t) = f(t)$)，

$$\int_a^x f(t)dt = \Big[F(t)\Big]_a^x = F(x) - F(a)$$

さらに，この式を x で微分すると，

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = \{F(x) - F(a)\}' = F'(x) - F'(a)$$

a は定数だから，$F(a)$ も定数。$F'(a)$ は定数を微分していることになるので，$F'(a) = 0$。

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = F'(x) = f(x)$$

つまり，以下のことが成り立つ。

● 微分と積分の関係 ●

a が定数のとき，
$$\boldsymbol{\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)}$$

※積分したものをまた微分したら元に戻る，と言っている。

問題2　次の関数を微分せよ。 (吉教科書 p.149　問 12)

(1) $\displaystyle\int_0^x (t^2-5t+2)dt$　　(2) $\displaystyle\int_{-1}^x (4-6u+3u^2)du$

問題3　次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。 (吉教科書 p.149　問 13)

$$\int_a^x f(t)dt = 3x^2-7x-6$$

問題4　次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。 (吉教科書 p.149　練習 2)

$$\int_1^x f(u)du = x^3+3a^2x^2-x+2a-1$$