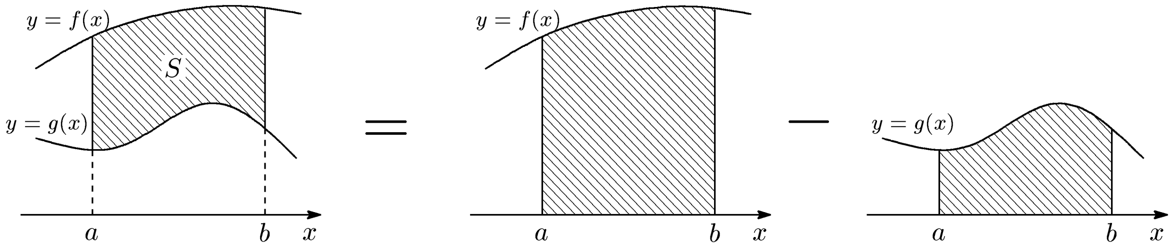
2 曲線間の距離

2 つの曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ があり，$a \leqq x \leqq b$ の範囲で $f(x) \leqq g(x)$ であるとする。このとき，これら 2 つの曲線と，2 直線 $x=a$，$x=b$ で囲まれた部分の面積を S とすると ……



$$S = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

右辺の積分区間は同じであるから，まとめることができ，以下のようになる。

● 2 曲線間の面積 ●

$a \leqq x \leqq b$ の範囲で $f(x) \geqq g(x)$ のとき，$\boldsymbol{S = \int_a^b \{f(x) - g(x)\}dx}$

問題 1　放物線 $y=x^2+3x$ と直線 $y=x+3$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。(吉教科書 p.156　問 5)

問題 2　次の 2 つの放物線で囲まれた部分の面積を求めよ。(吉教科書 p.156　問 6)

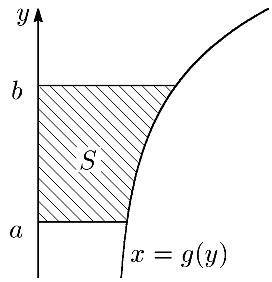
$$y=x^2-1, \qquad y=-x^2+x$$

問題3　直線 $y = ax$ が，放物線 $y = x - x^2$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を 2 等分するように，定数 a の値を求めよ。

(吉教科書 p.157　練習 2)

曲線 $x = g(y)$ と面積

x と y が入れ替わった式についても，定積分で面積を求めたりすることができる。単純に x と y をすべて入れ替えて考えればよい。



● y 軸に沿った定積分 ●

$a \leqq y \leqq b$ の範囲で $g(y) \geqq 0$ のとき，$\boldsymbol{S = \int_a^b g(y)dy}$

問題4　曲線 $x = y^2 + 1$ と y 軸および 2 直線 $y = 1$，$y = 3$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。(吉教科書 p.158　問 7)