計算が楽になる積分公式

予習シート $3-3$　別紙

●２次方程式の解と定積分●

$$\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

※積分記号の中は，因数分解されていないこともある。

$$x^2+px+q=0\text{ の解が}\alpha,\ \beta \Longrightarrow \int_{\alpha}^{\beta}(x^2+px+q)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

例題 1　次の定積分を計算せよ。

(1) $\displaystyle\int_{-5}^{3}(x-3)(x+5)dx$

(2) $\displaystyle\int_{0}^{2}x(x-2)dx$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^2-x-2)dx$

(4) $\displaystyle\int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}}(x^2-2x-2)dx$

例題 2　次の２つの直線または曲線で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1) $y=x^2+4x+5$，　$y=2x+8$

(2) $y=x^2-x-3$，　$y=-x^2+x+9$

● 偶関数と奇関数の定積分 ●

- n が偶数なら，$\displaystyle \boldsymbol{\int_{-a}^{a} x^n dx = 2\int_{0}^{a} x^n dx}$
- n が奇数なら，$\displaystyle \boldsymbol{\int_{-a}^{a} x^n dx = 0}$

※関数 x^n は，n が偶数ならば，**偶関数**，奇数ならば，**奇関数**であるという。
「x」は x^1 であるから，奇関数である。定数「1」は x^0 と考えられるので，偶関数である。

例題 3　次の定積分を計算せよ。

(1) $\displaystyle \int_{-2}^{2} x^2 dx$

(2) $\displaystyle \int_{-1}^{1} (2x^3 - x^2 + x)dx$

(3) $\displaystyle \int_{-3}^{3} (x^5 - 3x^2 + 4x - 3)dx$