基本問題を確認しよう

数Ⅰ　2次関数の決定(解答)

1 頂点が $(2,\ 3)$ であることから，求める2次関数は $y=a(x-2)^2+3 \cdots ①$　とおける。
あとは a が分かればよい。点 $(1,\ 4)$ を通るので，①に $x=1$，$y=4$ を代入して
$4=a(1-2)^2+3$
$4=a+3$　　よって，$a=1$
したがって，求める2次関数は　$y=(x-2)^2+3$(展開して $y=x^2-4x+7$ でも可)

2 グラフの頂点が $(p,\ q)$ である2次関数は $y=a(x-p)^2+q$ と表される。
軸の方程式が $x=1$ ですから，頂点の x 座標が1。つまり，頂点は $(1,\ q)$ とおけるので，
求める2次関数は　$y=a(x-1)^2+q \cdots ①$　と表される。

点 $(0,\ 1)$ を通るので，①に $x=0$，$y=1$ を代入して
$1=a(0-1)^2+q$　　整理して，$a+q=1 \cdots ②$

点 $(3,\ -2)$ を通るので，①に $x=3$，$y=-2$ を代入して
$-2=a(3-1)^2+q$　　整理して，$4a+q=-2 \cdots ③$

②③を連立方程式として解くと，③－②より，$3a=-3$
よって，$a=-1$，②より，$q=2$

したがって，求める2次関数は　$y=-(x-1)^2+2$(展開して $y=-x^2+2x+1$ でも可)

3 求める2次関数を　$y=2(x-p)^2+q$　とおいてもよいのですが，x，y に数値を代入したとき「p^2」が出てきて計算が難しいので，今回は求める2次関数を $y=2x^2+bx+c$ とおいてみます。
点 $(0,\ 1)$ を通るので，$x=0$，$y=1$ を代入して
$1=c$　つまり　$c=1 \cdots ①$

点 $(3,\ 7)$ を通るので，$x=3$，$y=7$ を代入して
$7=18+3b+c$　　整理して，$3b+c=-11 \cdots ②$

①を②に代入して，$3b+1=-11$　よって $b=-4$

したがって，求める2次関数は　$y=2x^2-4x+1$

4 求める2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とおくと，

点 $(0,\ 6)$ を通るので，$x=0$，$y=6$ を代入して
$6=c$　つまり　$c=6 \cdots ①$

点 $(2,\ 2)$ を通るので，$x=2$，$y=2$ を代入して
$2=4a+2b+c$　　①より，整理して，$4a+2b=-4$
両辺を2で割って，$2a+b=-2 \cdots ②$

点 $(6,\ 18)$ を通るので，$x=6$，$y=18$ を代入して
$18=36a+6b+c$　　①より，整理して，$36a+6b=12$
両辺を6で割って，$6a+b=2 \cdots ③$

③－②より，$4a=4$　よって $a=1$　　②より，$b=-4$

したがって，求める2次関数は　$y=x^2-4x+6$