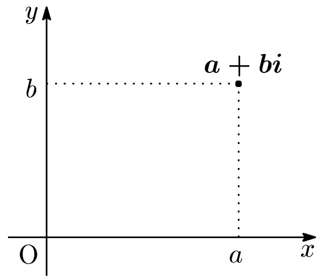
2年数学予習シート　■複素数平面■　2－8

複素数平面



複素数 z は，座標平面上の点 P に対応させることができる。

$$z = a + bi \longleftrightarrow \mathrm{P}(a,\ b)$$

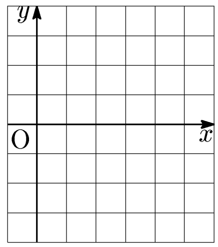
このように，複素数 $z = a + bi$ に点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ を対応させるとき，この座標平面を ____________ または**ガウス平面**といい，x 軸を ________，y 軸を ________ という。

複素数平面では，$z = a + bi$ が表す点 P を，**点 $\mathrm{P}(z)$**，または **点 z** と書く。(点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ とは書かない)

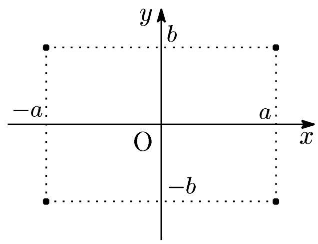
問題1　右の複素数平面上に，次の複素数の表す点をかけ。

(吉教科書 p.89　問 1)

(1) 3　　(2) $2i$　　(3) $3 + 2i$　　(4) $3 - 2i$



複素数平面上では，複素数 $z = a+bi$ と，その共役な複素数 $\overline{z} = a-bi$ について，4 点 z，$-z$，$\overline{z}$，$-\overline{z}$ の位置関係は，右の図のようになっている。(書き込め)



共役な複素数の性質

複素数 α，β と共役な複素数 $\overline{\alpha}$，$\overline{\beta}$ について，次のことが成り立つ。

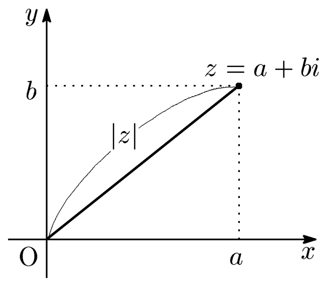
● 共役な複素数の性質 ●

$\boxed{1}$ $\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}$　$\boxed{2}$ $\overline{\alpha - \beta} = \overline{\alpha} - \overline{\beta}$　$\boxed{3}$ $\overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha}\,\overline{\beta}$　$\boxed{4}$ $\overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)} = \dfrac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}$

複素数 z について，次のことがいえる。

z が実数 $\iff$ $z = \overline{z}$　，　**z が純虚数** $\iff$ $z = -\overline{z}$　(ただし $z \neq 0$)

複素数の絶対値



点 z と原点 O との間の距離を，複素数 z の**絶対値**といい，$|z|$ で表す。

$$z = a + bi \text{ のとき，} |z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

このとき，$z\overline{z} = (a + bi)($________$) =$ __________ $= |z|^2$，

すなわち，$|z|^2 = z\overline{z}$ - - - - - - 重 要

問題2 次の複素数の絶対値を求めよ。 (吉教科書 p.90　問 6)

(1) $4-2i$　　(2) $-3i$　　(3) $(1+i)(2-i)$　　(4) $\dfrac{1+2i}{3+i}$

※絶対値について，次の性質が成り立つ。確認しておこう。 (吉教科書 p.90　問 5)

$$|z|=|-z|=|\overline{z}|, \qquad |\alpha\beta|=|\alpha||\beta|, \qquad \left|\frac{\alpha}{\beta}\right|=\frac{|\alpha|}{|\beta|}$$

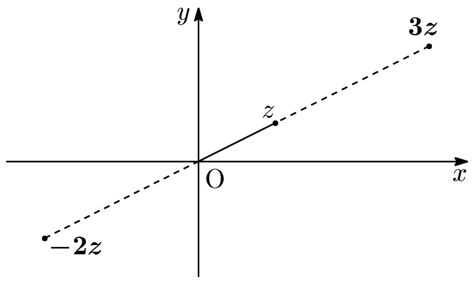
複素数の実数倍

複素数 z に対して，例えば

$3z$ は線分 Oz を z の側に 3 倍したところ

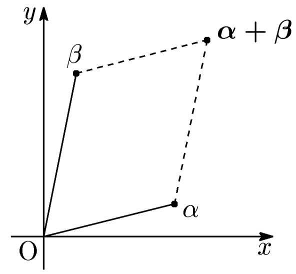
$-2z$ は線分 Oz を O の側に 2 倍したところ

にある。



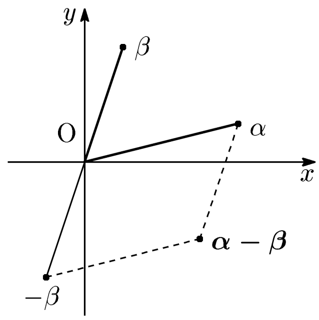
複素数の和

2 つの複素数 α，β に対して，$\alpha+\beta$ は，線分 Oα，Oβ で作られる平行四辺形の第 4 の頂点である。



複素数の差

2 つの複素数 α，β に対して，$\alpha-\beta$ は，$\alpha+(-\beta)$ と考えられるから，線分 Oα，O$(-\beta)$ で作られる平行四辺形の第 4 の頂点である。



問題3 $\alpha=3+2i$，$\beta=1-i$ のとき，次の複素数の表す点を作図せよ。 (吉教科書 p.91　問 7)

(1) $\alpha+\beta$　　(2) $\alpha-\beta$　　(3) $\alpha+2\beta$