

内分点、中点、重心

● 分点の公式 ●

2点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ について,

$$\text{線分 } AB \text{ を } m:n \text{ に内分する点 } P(z) \quad \dots \dots \dots \quad z = \frac{n\alpha + m\beta}{m+n}$$

$$\text{線分 } AB \text{ の中点 } P(z) \quad \dots \dots \dots \quad z = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

3点 (α) , $B(\beta)$, $C(\gamma)$ について,

$$\triangle ABC \text{ の重心 } G(z) \quad \dots \dots \dots \quad z = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}$$

問題1 2点 $\alpha = -2+i$, $\beta = 3+2i$ を結ぶ線分を $4:1$ に内分する点 z を求めよ。 (吉教科書 p.100 問 17)

2点間の距離

2点 α , β 間の距離は, $|\beta - \alpha|$

問題2 次の2点間の距離を求めよ。

(吉教科書 p.101 問 18)

(1) $\alpha = -1+2i$, $\beta = 3-5i$

(2) $\alpha = 2-2i$, $\beta = 4+3i$

平行移動

複素数平面上で, z を α だけ平行移動させると, $z + \alpha$ になる。

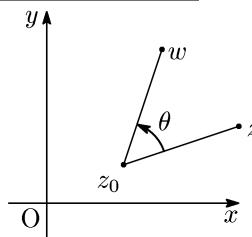
問題3 次の点を, $\alpha = 2+i$ だけ平行移動させよ。

(吉教科書 p.101 問 19)

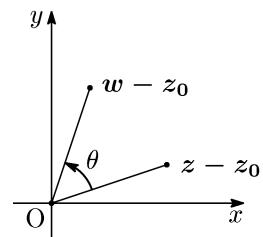
(1) $z = 3+2i$

(2) $z = -3+i$

(3) $z = -2-i$

点 z_0 のまわりの回転

z_0 が原点にくるように、全体を平行移動
(全体を $-z_0$ だけ平行移動)



点 z を、点 z_0 のまわりに θ だけ回転させた点 w について考える。上図のように、全体を $-z_0$ だけ平行移動して考えてかまわないのである。

$z - z_0$ を、原点の周りに θ だけ回転させると $w - z_0$ になる

といえる。つまり、

$$w - z_0 = (\cos \theta + i \sin \theta)(z - z_0) \quad \text{[重要]}$$

という関係が成り立つ。

これを少し変形して、回転の公式が得られる。

● 点 z_0 のまわりの回転 ●

点 z を、点 z_0 のまわりに θ だけ回転させた点 w とすると、

$$w = (\cos \theta + i \sin \theta)(z - z_0) + z_0$$

問題4

点 $z = 3 - i$ を点 $z_0 = 1 + 2i$ のまわりに 45° 回転した点 w を求めよ。

(吉教科書 p.55 問3)

問題5

点Aを直角の頂点とする直角二等辺三角形ABCがある。 $A(2-i)$, $B(3+2i)$ のとき、点Cを表す複素数を求めよ。

(吉教科書 p.102 練習6)