関数

________________ のとき，y は x の関数であるという。

関数にはいろいろな種類がある。

… 整関数，分数関数，無理関数，三角関数，指数関数，対数関数など

条件付きの関数

… x のとる値の範囲によって，異なった式で表される関数

例 1 $y = \begin{cases} x & (x \geqq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$

以下の関数は，条件付きの関数となる典型的な例である。

① 絶対値を含む関数

$$y = |x-2| \iff y = \begin{cases} x-2 & (x \geqq 2) \\ -x+2 & (x < 2) \end{cases}$$

② ガウス記号を含む関数

※ 実数 a に対して，a を超えない最大の整数を $[a]$ と書き，[　] を**ガウス記号**という。

例 2 $[3] = 3$,　$[1.4] =$ ________,　$[-1.4] =$ ________

問題1 $-4 \leqq x \leqq 4$ の範囲で，次の関数のグラフをかけ。　(➡教科書 p.19　問 2)

(1) $y = -[x]$　　(2) $y = \left[\dfrac{x}{2}\right]$　　(3) $y = [-x]$

逆関数

… (簡単に言うと)x と y を入れ替えて作った関数

例 3 $y = 2x-3$ の逆関数

x について解くと，$x = \dfrac{1}{2}y + \dfrac{3}{2}$.　　x と y を入れ替えて，$y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$　(答)

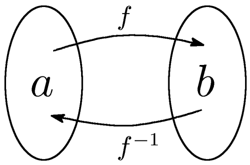
問題2 次の関数の逆関数を求めよ。　(➡教科書 p.21　問 4)

(1) $y = 3x$　　(2) $y = 12-4x$　　(3) $y = \dfrac{1}{1-x}$

ただし，逆関数を考えることができるのは，**1対1**の関数についてだけである。

関数 $\boldsymbol{y=f(x)}$ が1対1 $\iff$ ______________________

$f(x)$ が1対1の関数であれば，x と y の対応を逆にしたものも関数となる。(正確には) この対応を $f(x)$ の **逆関数**といって，$\boldsymbol{f^{-1}(x)}$ と書く。



例 4 関数 $y=x^2$ は1対1の関数ではないが，定義域を制限して $y=x^2$ $(x \geqq 0)$ とすると，1対1の関数である。だから逆関数を考えることができる。

$x \geqq 0$ より，$y=x^2 \geqq 0^2=0$.　　$\therefore y \geqq 0$
元の式を x について解くと，$x=\pm\sqrt{y}$.　　$x \geqq 0$ だから，$x=\sqrt{y}$ $(y \geqq 0)$.
x と y を入れ替えて，$\underline{\underline{y=\sqrt{x}\ (x \geqq 0)\quad \text{(答)}}}$

問題3 関数 $y=-x^2+4$ $(x \leqq 0)$ の逆関数を求めて，グラフをかけ。　(➡教科書 p.22　問 5)

合成関数

… (簡単にいうと) 関数 $g(x)$ の x に，$f(x)$ という，別の関数を代入したもの。記号で $(g \circ f)(x)$ と書く。

$$\boldsymbol{(g \circ f)(x) = g(f(x))}$$

● 合成関数 ●

2つの関数 $f(x)$，$g(x)$ について，$f(x)$ の値域が $g(x)$ の定義域に含まれているとする。
このとき，ある x の値に対して $g(f(x))$ という値を対応させることができ，この関数を $f(x)$ と $g(x)$ の**合成関数**という。

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & f(x) \arrow[r, "g"] & g(f(x)) \end{tikzcd}$$

$$\boldsymbol{(g \circ f)(x) = g(f(x))}$$

問題4 $f(x)=x^3-3$，$g(x)=2x$ のとき，$(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ。　(➡教科書 p.23　問 6)