## 定積分と微分

関数 $f(x)$ の原始関数を $F(x)$ とする。このとき，

$$\int_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$$

である。この式の両辺を $x$ で微分すると，$F'(x) = f(x)$ であり，$F(a)$ は定数であるから微分すると $0$ になるので

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)$$

であるといえる。

### ● 定積分と微分 ●

$a$ が定数のとき，　$$\boldsymbol{\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)}$$

**問題1**　関数 $F(x) = \displaystyle\int_a^x (x-t)e^t\,dt$ の導関数を求めよ。　(➡教科書 p.148　問 10)

上の公式は，積分区間が「**定数から $\boldsymbol{x}$ まで**」でなければ使えない。$x$ の部分が $2x$ や $x+1$ のような異なる形の式になっていたときは，それらを $u$ などと置いて置換積分をする必要がある。

**問題2**　次の関数を $x$ で微分せよ。　(➡教科書 p.149　問 11)

(1) $\displaystyle\int_0^{2x} \sin t\,dt$　　(2) $\displaystyle\int_1^{x^2} \log t\,dt$

**問題3** 関数 $f(x)$ が $x>0$ で定義された関数で，次の等式を満たすとき，$f(x)$ と正の定数 $a$ の値を求めよ。

(➡教科書 p.150　練習 2)

$$\int_a^{x^2} f(t)\,dt = \log x$$