● 組合せ

a, b, c, d の4つの文字から3つ選んで並べる方法(4つの中から3つ取る順列)は ${}_4\mathrm{P}_3 = 4\cdot3\cdot2 = 24$ 通りであった。これらをすべて書くと，次のようになる。

$$
\begin{array}{llllll}
abc & acb & bac & bca & cab & cba \cdots ① \\
bcd & bdc & cbd & cdb & dbc & dcb \cdots ② \\
acd & adc & cad & cda & dac & dca \cdots ③ \\
abd & adb & bad & bda & dab & dba \cdots ④
\end{array}
$$

ところが，“並べる”必要がないとすると，選んできた3つの文字の順番はどうでもよくなるから，例えば①に出てくる6つの単語は区別する必要がなく，すべて「a と b と c」という1つのものとしてまとめることができる。

したがって，もし上の問題で，並び方を気にしないのであれば，選び方の総数は

「① a と b と c」,「② b と c と d」,「③ a と c と d」,「④ a と b と d」

の **4通り** ということになる。

異なる n 個の中から，順序を問題にしないで，r 個を取り出して1組としたものを，**n 個から r 個とる**__________ といい，その総数を記号で $\square\boxed{}\square$ と表す。

上の例では,「4つの文字の中から3つとる組合せの総数が4通り」ということであるから，${}_4\mathrm{C}_3 = 4$ と表せることになる。

● 組合せの計算の方法

[例] ${}_5\mathrm{C}_3$

5つの文字 a, b, c, d, e の中から3個とる組合せの総数を考える。

まず，これまで学習してきたように，3個とって並べる方法は，① ________ 通りである。ところがこの数え方だと，順番が違うだけで組合せは同じであるものを，別々に1つ1つ数えてしまうことになる。組合せの総数は，もっと少ないはずである。

例えば，組合せ「a と b と c」でまとめられるような単語は ② ________ 個あるから，組合せの総数は

$${}_5\mathrm{C}_3 = ①\_\_\_\_\_\_ \div ②\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ \text{ 通り}$$

と計算できる。

● 組合せの数 ●

$${}_n\mathrm{C}_r = \frac{(n\text{ 個から }r\text{ 個とる順列の数})}{(\text{とってきた }r\text{ 個の並び方の数})} = \frac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!}$$

${}_n\mathrm{P}_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ であることから，${}_n\mathrm{C}_r$ は次のようにも表すことができる。

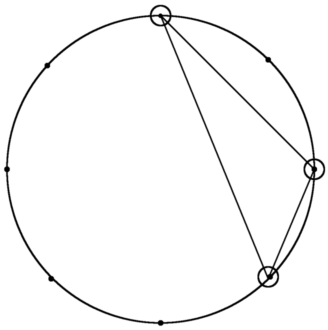
$$ {}_{\boldsymbol{n}}\mathrm{C}_{\boldsymbol{r}} = \frac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!} \div r! = \boldsymbol{\frac{n!}{r!(n-r)!}} $$

[例題①] ${}_7\mathrm{C}_3$，${}_{40}\mathrm{C}_4$ を計算せよ。

[例題②] 11 人の部員の中から，居残り練習をさせる 3 人を選ぶ方法は何通りあるか。

[例題③] 円周上に異なる 8 個の点がある。これらの中から 3 点を選び，それらを頂点とする三角形を作るとき，三角形はいくつできるか。

(吉教科書 p.75　問 2)



⇒ (頂点を 3 つ選べば，三角形が 1 つできる。8 個の中から 3 個の頂点を選ぶ方法が何通りあるか調べればよい。

==

[MEMO]