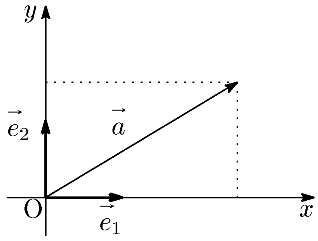
ベクトルの成分

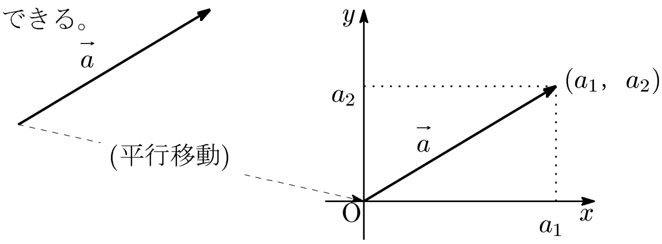


O を原点とする座標平面上において，x 軸，y 軸の正の向きの単位ベクトル (**基本ベクトル**という) をそれぞれ $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ とすると，どんなベクトル $\vec{a}$ も，この 2 つのベクトルによって，2 方向に分解できる。

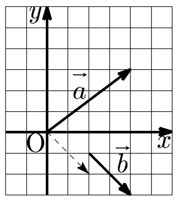
$$\boldsymbol{\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2}}$$

このときの a_1，a_2 をベクトル $\vec{a}$ の**成分**という。

ベクトル $\vec{a}$ の成分は，次のように考えることもできる。
ベクトル $\vec{a}$ は，好きな位置に平行移動することができる。
始点が原点 O に重なるように平行移動したとき，終点が表す位置の座標 $(a_1,\ a_2)$ を，$\vec{a}$ の**成分**といい，$\boldsymbol{\vec{a} = (a_1,\ a_2)}$ とかく。



例 1



右の図において
$\vec{a}$ の成分は，$\vec{a}$ =(4，3)
$\vec{b}$ の成分は，始点を原点 O に平行移動させて読むから，$\vec{b}$ =(2，−2)

明らかに，次のことが成り立つ。

● ベクトルの大きさ ●

$$\vec{a} = (a_1,\ a_2) \text{ のとき，} |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

和，差，実数倍の成分

ベクトルの演算は，成分を用いて次のように表される。

● 和，差，実数倍 ●

$\vec{a} = (a_1,\ a_2)$，$\vec{b} = (b_1,\ b_2)$ のとき，

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1,\ a_2) + (b_1,\ b_2) = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2)$$
$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1,\ a_2) - (b_1,\ b_2) = (a_1 - b_1,\ a_2 - b_2)$$
$$k\vec{a} = k(a_1,\ a_2) = (ka_1,\ ka_2)$$

問題 1 $\vec{a} = (5,\ -2)$，$\vec{b} = (-6,\ 4)$ のとき，次のベクトルを成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

(吉教科書 p.19　問 13)

(1) $\vec{a} + \vec{b}$　　(2) $\vec{a} - 2\vec{b}$　　(3) $3\vec{a} + 4\vec{b}$

問題2 $\vec{a}=(3,\ -4)$ と同じ向きの単位ベクトルを成分で表せ。　(吉教科書 p.19　練習 2)

問題3 $\vec{a}=(3,\ -2)$，$\vec{b}=(-1,\ 4)$ のとき，次のベクトルを $m\vec{a}+n\vec{b}$ の形で表せ。

(吉教科書 p.19　問 14)

(1) $\vec{c}=(7,\ 2)$　　(2) $\vec{d}=(-7,\ 18)$

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ

2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿ だから，

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(b_1,\ b_2)-(a_1,\ a_2)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

よって，次のことがいえる。

● $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ ●

2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ に対して，

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(b_1-a_1,\ b_2-a_2),\qquad |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$$

問題4 次の場合に，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。　(吉教科書 p.20　問 15)

(1) $\mathrm{A}(3,\ 1)$，$\mathrm{B}(-2,\ 4)$　　(2) $\mathrm{A}(1,\ 2)$，$\mathrm{B}(-2,\ 6)$

問題5 3 点 $\mathrm{A}(3,\ -3)$，$\mathrm{B}(6,\ -4)$，$\mathrm{C}(2,\ 7)$ に対して，四角形 ABEC が平行四辺形となるような点 E の座標を求めよ。　(吉教科書 p.20　問 16)