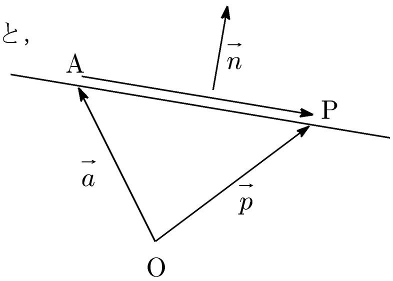
2年数学予習シート　■ベクトル方程式 (2)■　1 − 24

$\mathrm{A}(\vec{a})$を通り,$\vec{n}$に垂直な直線



直線を g とする。この直線上の任意の (好きな) 点を $\mathrm{P}(\vec{p})$ とすると,

$\vec{n} \perp \overrightarrow{\mathrm{AP}}$，または $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \vec{0}$ であるから，$\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AP}} = 0$

また，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ だから，上の式に代入して

$\vec{n} \cdot \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} = 0$

これが直線 g のベクトル方程式である。

> **$\mathrm{A}(\vec{a})$ を通り,$\vec{n}$に垂直な直線**
> 　　直線上の点 $\mathrm{P}(\vec{p})$ について，$\boldsymbol{\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 0}$

垂直なベクトル $\vec{n}$ を，この直線の $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ という。

点 A の座標を $(x_1,\ y_1)$，点 P の座標を $(x,\ y)$ とし，$\vec{n} = (a,\ b)$ とすると，$\vec{p} - \vec{a} = (\underline{\qquad\qquad},\ \underline{\qquad\qquad})$ だから，ベクトル方程式に代入して

$$(a,\ b) \cdot (x - x_1,\ y - y_1) = 0$$

$$\therefore \boldsymbol{a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0}$$

x，y について整理すると

$$ax + by \underline{- ax_1 - by_1} = 0 \qquad (〰部は定数)$$

よって，$ax + by + c = 0$ と表せる。この式の a，b は，もともとは法線ベクトルの成分であった。つまり

直線 $ax + by + c = 0$ の法線ベクトルは，$\vec{n} = (a,\ b)$ である。 重 要

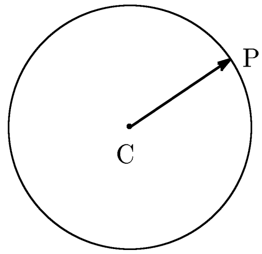
問題1　次の点 A を通り，$\vec{n}$ に垂直な直線の方程式を求めよ。　(吉教科書 p.39　問 11)

(1) $\mathrm{A}(3,\ 4)$，$\vec{n} = (5,\ -2)$

(2) $\mathrm{A}(-3,\ 0)$，$\vec{n} = (2,\ 1)$

円のベクトル方程式

C($\vec{c}$) を中心とする半径 r の円

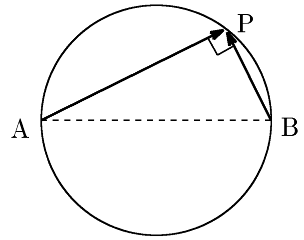


円上の任意の点を P($\vec{p}$) とするとき，円の半径は $\mathrm{CP} = |\overrightarrow{\mathrm{CP}}| = |\vec{p} - \vec{c}|$
よって，この円のベクトル方程式は $|\vec{p} - \vec{c}| = r$
あるいは，この式の両辺を 2 乗して，$|\vec{p} - \vec{c}|^2 = r^2$
すなわち，$(\vec{p} - \vec{c}) \cdot (\vec{p} - \vec{c}) = r^2$

C($\vec{c}$) を中心とする半径 r の円
円上の点 P($\vec{p}$) について，$|\vec{p} - \vec{c}| = r$
または，$(\vec{p} - \vec{c}) \cdot (\vec{p} - \vec{c}) = r^2$

問題 2　原点を中心とする半径 3 の円のベクトル方程式を求めよ。　(吉教科書 p.40　問 12)

A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$) を直径の両端とする円



円上の任意の点 P($\vec{p}$) について，右図のように，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BP}}$(または $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \vec{0}$, $\overrightarrow{\mathrm{BP}} = \vec{0}$) であるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = (\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0$$

これが求める円のベクトル方程式である。

A($\vec{a}$), B($\vec{b}$) を直径の両端とする円
円上の点 P($\vec{p}$) について，$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0$

問題 3　平面上に基点 O と異なる定点 A($\vec{a}$) がある。この平面上で，ベクトル方程式 $\vec{p} \cdot \vec{p} - \vec{a} \cdot \vec{p} = 0$ はどんな図形を表すか。　(吉教科書 p.40　問 13)