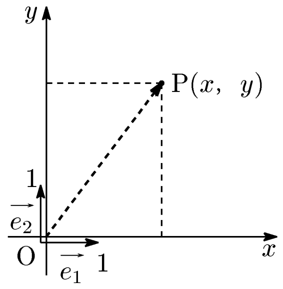
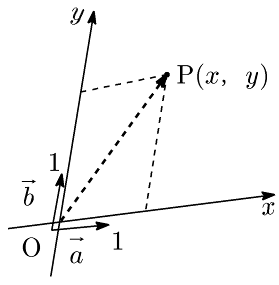
２年数学特別講座

斜交座標



$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\overrightarrow{e_1}+y\overrightarrow{e_2}$$



$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\vec{a}+y\vec{b}$$

上の図の左側の座標系は**直交座標**，右側は**斜交座標**と呼ばれる。いずれの場合にも点 P は $(x,\ y)$ のように書かれるが，軸上の 2 つの単位ベクトル (**基本ベクトル**) を用いると

$$\mathrm{P}(x,\ y)\text{ について，}\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\overrightarrow{e_1}+y\overrightarrow{e_2}$$

あるいは

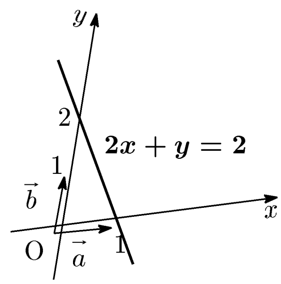
$$\mathrm{P}(x,\ y)\text{ について，}\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\vec{a}+y\vec{b}$$

のように表現することができる。

いま，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\overrightarrow{e_1}+y\overrightarrow{e_2}\quad\text{について，}x+y=1\text{ が成り立つ}$$

とき，P の描く図形は何か，と問われたとする。つまり，直交座標上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が「$x+y=1$」を満たすと言っているのと同じだ。したがってこのとき P が描く図形は，直交座標における直線 $x+y=1$ である。



では今度は，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\vec{a}+y\vec{b}\quad\text{について，}2x+y=2\text{ が成り立つ}$$

とき，P の描く図形は何か，と問われたとする。つまり，斜交座標上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が「$2x+y=2$」を満たすと言っているのと同じだ。したがってこのとき P が描く図形は，斜交座標における直線 $2x+y=2$ となり，右のように作図されることになる。

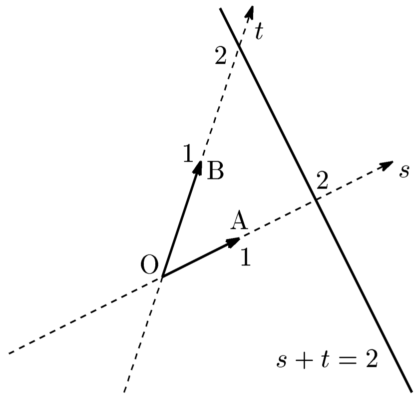
このことを利用すると，次のような問題を極めて簡単に解くことができる。。

> $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ に対して，$s+t=2$ が成り立っているとき，点 P の存在範囲を図示せよ。

このような問題に対しては，次のような手順で対応する。

① $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ に沿って，右図のように s 軸，t 軸を準備する。
② $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の終点をそれぞれ 1 とする。
③ st 斜交座標上に，直線 $s+t=2$ を作図する。

※ 解答の際は,「**斜交座標の考え方を用いると**」という言葉を添えておけばよい。



問題 同一直線上にない 3 点 O，A，B に対して $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を考える。
s，t が次の条件を満たすとき，点 P はどのような図形上にあるか図示せよ。

(1) $s + t = \dfrac{3}{2}$　(2) $s + 2t = 1$　(3) $3s - t = 2$

(4) $0 \leqq s \leqq 1$，$1 \leqq t \leqq 2$　(5) $s \geqq 0$，$t \geqq 0$，$s + 2t = 1$　(6) $-1 \leqq s \leqq 1$，$s^2 - t = 0$

(7) $s^2 + t^2 \leqq 1$