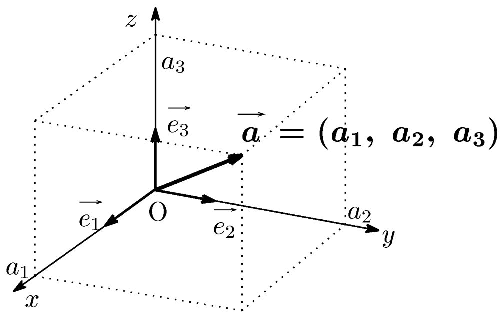
ベクトルの成分

O を原点とする座標平面上において，x 軸，y 軸，z 軸の正の向きの単位ベクトル (**基本ベクトル**という) をそれぞれ $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{e_3}$ とすると，どんなベクトル $\vec{a}$ も，この 3 つのベクトルによって，3 方向に分解できる。

$$\boldsymbol{\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}}$$

このときの a_1，a_2，a_3 をベクトル $\vec{a}$ の**成分**という。

平面ベクトルのときと同様に，ベクトル $\vec{a}$ の成分は，次のように考えることもできる。



> ベクトル $\vec{a}$ は，好きな位置に平行移動することができる。
> 始点が原点 O に重なるように平行移動したとき，終点が表す位置の座標 $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ を，$\vec{a}$ の**成分**といい，$\boldsymbol{\vec{a} = (a_1,\ a_2,\ a_3)}$ とかく。

2 つのベクトル $\vec{a} = (a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\vec{b} = (b_1,\ b_2,\ b_3)$ が等しくなるのは，それらの x 成分，y 成分，z 成分がそれぞれ等しい場合である。つまり，

$$\boldsymbol{\vec{a} = \vec{b} \iff a_1 = b_1,\ \ a_2 = b_2,\ \ a_3 = b_3}$$

問題1　2 つのベクトル $\vec{a} = (-2,\ m+4,\ -n-3)$，$\vec{b} = (l+1,\ 6,\ -4)$ が等しくなるように，実数 l，m，n の値を求めよ。
(吉教科書 p.50　問 10)

空間ベクトルの大きさについて，2 点間の距離の公式より，次のことが成り立つ。

● ベクトルの大きさ ●

$$\vec{a} = (a_1,\ a_2,\ a_3) \text{ のとき，} |\boldsymbol{\vec{a}}| = \boldsymbol{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$

問題2　次の問いに答えよ。
(吉教科書 p.51　問 11，練習 2)

(1) ベクトル $\vec{a} = (-2,\ -3,\ 6)$ の大きさを求めよ。

(2) ベクトル $\vec{a} = (x,\ 2,\ x+4)$ の大きさが最小になるときの x の値，および大きさの最小値を求めよ。

平面のときと同様に，空間ベクトルの演算は，成分を用いて次のように表される。

● 和，差，実数倍 ●

$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき，

$$\vec{a}+\vec{b}=(a_1,\ a_2,\ a_3)+(b_1,\ b_2,\ b_3)=(a_1+b_1,\ a_2+b_2,\ a_3+b_3)$$
$$\vec{a}-\vec{b}=(a_1,\ a_2,\ a_3)-(b_1,\ b_2,\ b_3)=(a_1-b_1,\ a_2-b_2,\ a_3-b_3)$$
$$k\vec{a}=k(a_1,\ a_2,\ a_3)=(ka_1,\ ka_2,\ ka_3)$$

問題3　$\vec{a}=(2,\ -4,\ 5)$，$\vec{b}=(4,\ 0,\ 3)$ のとき，次のベクトルを成分で表せ。　(吉教科書 p.51　問 12)

(1) $4\vec{a}$　　(2) $\vec{a}+2\vec{b}$　　(3) $2\vec{a}-\vec{b}$　　(4) $3\vec{a}-4\vec{b}$

問題4　2 つのベクトル $\vec{p}=(2m-1,\ n,\ -2)$，$\vec{q}=(5,\ -18,\ -6)$ が平行となるような実数 m，n の値を求めよ。　(吉教科書 p.51　問 13)

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ

● $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ ●

2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2,\ a_3)$ に対して，

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(b_1-a_1,\ b_2-a_2,\ a_3-b_3)},\quad \boldsymbol{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)}}$$

問題5　次の 2 点 A，B に対して，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分で表し，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ を求めよ。　(吉教科書 p.51　問 13)

(1) $\mathrm{A}(1,\ 0,\ 2)$，$\mathrm{B}(1,\ 2,\ 3)$　　(2) $\mathrm{A}(2,\ 5,\ 3)$，$\mathrm{B}(0,\ -2,\ -1)$

平面の場合と同様に，内分点の座標は次のように求められる。

● 分点の座標 ●

2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2,\ b_3)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は

$$\boldsymbol{\left(\frac{na_1+mb_1}{m+n},\ \frac{na_2+mb_2}{m+n},\ \frac{na_3+mb_3}{m+n}\right)}$$

問題6　2 点 $\mathrm{A}(0,\ 3,\ 7)$，$\mathrm{B}(3,\ -3,\ 1)$ について，次の点の座標を求めよ。　(吉教科書 p.52　問 15)

(1) 線分 AB の中点 M　　(2) 線分 AB を $4:3$ に内分する点 P，および，外分する点 Q