

3点が一直線上にあるための条件

3点 A, B, P が一直線上にある条件は $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$ となる実数 k があることである。

問題1 2点 A(-2, -2, 3), B(4, -4, -6) と xy 平面上の点 Q が一直線上にあるとき, 点 Q の座標を求めよ。

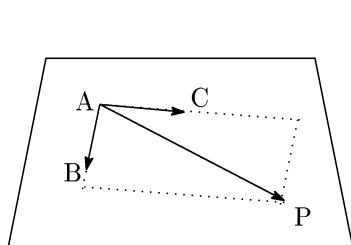
(吉教科書 p.59 問 8)

点 P が直線 AB 上にあるときの性質

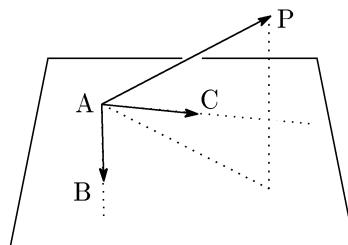
点 P が直線 AB 上にある $\iff \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ただし, $s + t = 1$

4点が同一平面上にあるための条件

4点 A, B, C, P が同一平面上にある条件は $\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ となる実数 s, t があることである。



[4点が同一平面上にある]



[4点が同一平面上にない]

問題2 3点 A(1, 2, 3), B(2, 1, 4), C(3, 4, 1) を通る平面上に点 P(0, y, 1) があるとき, y の値を求めよ。

(吉教科書 p.60 問 9)

点 P が平面 ABC 上にあるときの性質

点 P が平面 ABC 上にある $\iff \overrightarrow{OP} = r\overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OC}$ ただし, $r + s + t = 1$

- 問題3** 四面体 OABC において, $\triangle OAB$ の重心を D, 線分 CD の中点を E とし, 直線 BE が平面 OAC と交わる点を G とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, \overrightarrow{OG} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を使って表せ。
(吉教科書 p.61 問 10)

内積の応用

- 問題4** 1辺の長さが 1 である正四面体 OABC において, 頂点 O より底面に下ろした垂線の足を H とし, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。
(吉教科書 p.62 問 11)
- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ の値を, それぞれ求めよ。
 - (2) $\overrightarrow{OH} = r\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$ とおくと, $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ から, $r = s$ となることを導け。
 - (3) 点 H は, $\triangle ABC$ の重心であることを示せ。