２年数学予習シート　■数学的帰納法■

※n にどんな自然数を代入しても，下の式は成立するだろうか。

$$(2n-1)^2 = 4(n^2-n)+1$$

数学的帰納法

「$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$」は，

$n=1$ のとき，(成り立つ・成り立たない)
$n=2$ のとき，(成り立つ・成り立たない)
$n=3$ のとき，(成り立つ・成り立たない)
すべての自然数 n について，(成り立つ・成り立たない)

「$2^n \leqq n^2+1$」は，

$n=1$ のとき，(成り立つ・成り立たない)
$n=3$ のとき，(成り立つ・成り立たない)
$n=1$ のとき，(成り立つ・成り立たない)
すべての自然数 n について，(成り立つ・成り立たない)

自然数 n を含んだ命題が，**すべての自然数について成り立つ**ことを証明する方法を考えよう。
この方法を＿＿＿＿＿＿＿＿という。

● 数学的帰納法 ●

自然数 n を含んだ命題が，すべての自然数 n について成り立つことを証明するためには，次の２つのことを証明すればよい。

(Ⅰ)　$n=1$ のとき，命題が成り立つ。
(Ⅱ)　$n=\boxed{}$ のとき，命題が成り立つと＿＿＿＿＿すると，
　　$n=k+1$ のときにも命題が成り立つ。

例 1　$1+2+2^2+2^3+\cdots\cdots+2^{n-1}=2^n-1 \cdots$ ①　の数学的帰納法による証明

(Ⅰ)　$n=1$ のとき，(左辺)=＿＿＿，(右辺)$=2^1-1=1$
　　よって，①は成り立つ。

(Ⅱ)　$n=k$ のとき，①が成り立つと仮定すると，

$$1+2+2^2+2^3+\cdots\cdots+2^{k-1}=2^k-1$$

$n=k+1$ のときの①の左辺は，この等式を用いると，次のように変形される。

ここで，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

だから，$1+2+2^2+2^3+\cdots\cdots+2^{k-1}+2^k=2^{k+1}-1$

よって①は $n=k+1$ のときにも成り立つ。

(Ⅰ)，(Ⅱ) より，①は**すべての自然数について成り立つ**。

問題1　次の等式を，数学的帰納法によって証明せよ。　(吉教科書 p.86　問 1)

$$1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\cdots\cdots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

問題2　n が自然数のとき，n^3+2n は 3 の倍数であることを証明せよ。　(吉教科書 p.86　練習 1)

※ 手順 (II) について，$n=k$ のとき，n^3+2n が 3 の倍数だと仮定すると，$n^3+2n=3m$ (m は整数) とおける。

==

[MEMO]