応用問題に挑戦

数Ⅱ　接線の方程式(解答)

■1　求める接線と放物線との接点の座標を $(t,\ t^2-3t)$ とおく。
$y'=2x-3$ であるから，上の接点における接線の方程式は

$$y-(t^2-3t)=(2t-3)(x-t)\ \cdots\ ①$$

と表せる。これが点 $(1,\ -3)$ を通るので，

$$-3-(t^2-3t)=(2t-3)(1-t)\qquad t^2-2t=0\qquad \therefore t=0,\ 2$$

これを①に戻して，$y=-3x$，$y=x-4$

■2　共通する接線が，$y=x^2+3$，$y=x^2-4x+4$ と接する点をそれぞれ $(s,\ s^2+3)$，$(t,\ t^2-4t+4)$ とおくと，それぞれにおける接線の方程式は

$$y-(s^2+3)=2s(x-s)\ \cdots\ ①\qquad y-(t^2-4t+4)=(2t-4)(x-t)\ \cdots\ ②$$

と表される。①②は完全に一致するので，整理して係数を比較すると

$$y=2sx-s^2+3\ \cdots\ ①'\qquad y=(2t-4)x-t^2+4\ \cdots\ ②'$$

よって，$2s=2t-4\qquad -s^2+3=-t^2+4$

すなわち，$s=t-2,\qquad s^2-t^2+1=0$

これを解くと，$s=-\dfrac{3}{4}$，$t=\dfrac{5}{4}$

①に戻して，求める接線の方程式は　$y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{39}{16}$